

Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

Факультет Бизнес-информатики
Отделение Прикладной математики и информатики
Кафедра Высшей математики на факультете экономики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА
на тему

**Разработка математических моделей для системы поддержки
принятия решений по выбору оптимального набора курсов для
студента университета**

Выполнила студентка группы 471
Самохина Любовь Андреевна

Научный руководитель:
Профессор, д.т.н.,
Беленький Александр Соломонович

Москва 2014

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ОБЗОР И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ ОБРАЗОВАНИЯ	5
1.1 Традиционные системы образования	5
1.2 Онлайн системы образования	6
1.3 Основные проблемы развития систем образования.....	8
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СИСТЕМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ОБРАЗОВАНИИ	10
2.1 Сравнительный анализ математических формулировок задач принятия решений по оптимизации учебного процесса, представляющих интерес для студентов высших учебных заведений	11
2.2 Сравнительный анализ математических формулировок задач принятия решений по оптимизации учебного процесса, представляющих интерес для администрации высших учебных заведений	22
2.4 Проблемы использования систем поддержки принятия решений по оптимизации учебного процесса и направления исследований в этой области.....	34
ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО НАБОРА ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ КУРСОВ И КУРСОВ ПО ВЫБОРУ ДЛЯ СТУДЕНТА УНИВЕРСИТЕТА	36
3.1 Содержательная постановка задачи выбора оптимального набора курсов	36
3.2 Математическое моделирование процесса выбора набора курсов для студента университета	37
3.3 Формирование системы ограничений для решения задачи нахождения оптимального набора курсов для студента университета.	39
3.4 Формулировка задачи оптимизации набора курсов для студента университета.....	42
3.5. О методах решения задачи оптимизации набора курсов студента университета.....	43
3.6. О подготовке данных для расчета параметров модели по имеющимся статистическим данным и результатам тестирования конкретного студента.....	45
ГЛАВА 4. СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛА СТУДЕНТА ПО ИЗУЧЕНИЮ ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ КУРСОВ И КУРСОВ ПО ВЫБОРУ, ИЗ КОТОРЫХ МОЖЕТ БЫТЬ СФОРМИРОВАН ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН СТУДЕНТА	50
4.1 Принцип построения системы тестирования студента для оценки его потенциала по изучению курсов.....	50
4.2 Математическая формулировка задачи оценки потенциала студента	50
4.3 Использование стандартного программного обеспечения для решения задачи оценки потенциала и анализ результатов модельных расчетов.....	52
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	54
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	56
ПРИЛОЖЕНИЕ	59

ВВЕДЕНИЕ

Развитие и оптимизация процессов, происходящих в современных системах высшего образования, является одной из самых главных задач многих стран мира, включая Россию. Возможности доступа к информации сегодня открывают перед студентами и лицами, занимающимися самообразованием, колоссальный выбор учебных пособий, а также видео- и аудиоматериалов для развития и совершенствования знаний.

Стремительно развивающиеся технологии создания онлайн-курсов от мировых ведущих университетов (Гарвард, Стэнфорд, Массачусетский технологический институт) усложняют проблему выбора студентом оптимального учебного плана. К примеру, в НИУ ВШЭ в течение обучения в бакалавриате студент в каждом полугодии обязан изучать от двух до десяти обязательных предметов, от одного до трех факультативов, а также от трех до пяти предметов по выбору из соответствующего списка. Кроме того, студент имеет возможность выбрать общеуниверситетские факультативы, тематика которых варьируется в соответствие с кафедрой, а также онлайн-курсы, количество которых в Сети стремится к нескольким тысячам. Преимущество последних состоит в том, что тематика обучающего курса может быть подобрана в соответствие с увлечениями, стремлениями или временными потребностями конкретного обучающегося.

Целью данной дипломной работы является разработка системы поддержки принятия решений для выбора оптимального набора курсов для изучения конкретным студентом колледжа или университета.

В связи с тем, что до момента первой лекции студент не знаком с методикой преподавания, скоростью речи преподавателя и деталями курса, серия одних из самых важных выборов в жизни зачастую делается обучающимся «в слепую». Сегодня студент, выбирающий предмет не имеет гарантий, что этот предмет а) будет по силам ему освоить как по причинам недостаточной базы знаний, так и по причинам цейтнота б) пригодится ему для развития тех навыков, которые он стремится развивать. Это делает проблему разработки оптимального учебного плана для студента ключевой для современного образования, а, следовательно, и чрезвычайно актуальной.

В дипломной работе описанная выше проблема формулируется как оптимизационная. Решением проблемы является набор курсов, который позволяет студенту как получить необходимое количество кредитов, которое установлено данным колледжем или университетом, так и максимизировать свой рейтинг. Математическая модель учитывает а) способность определенного студента успешно изучить каждый курс из возможных б) количество времени, которое студент может потратить ежегодно на

обучение в университете в) все виды домашних и проверочных заданий, которые входят в конкретный обязательный или курс по выбору.

Парадокс состоит в том, что при разработке инструмента для выбора комбинации курсов, которая отвечает индивидуальной способности каждого студента думать и обучаться, большинство предлагаемых в литературе систем базируется на средневзвешенной оценке курса студентами, которые уже завершили курс. Таким образом, выбор отдельно взятого студента основывается на отзывах других студентов, что противоречит определению персонализации образования¹.

Полученный выше вывод подчеркивает инновационность системы, которая представляется в дипломной работе, так как предлагаемая система поддержки принятия решений включает в себя не только математическую модель, но и систему оценки знаний, которая позволяет выявить настоящие способности студента. Именно на основе информации, полученной из системы тестирования, математическая модель конструирует оптимальный набор курсов, за счет чего достигается абсолютная персонализация учебного плана студента.

Начальный этап разработки метода для решения проблемы нахождения оптимального учебного плана был предложен Анастасией Медведевой, выпускницей факультета бизнес-информатики отделения прикладной математики и информатики 2010 года. [1] Расширение постановки проблемы, а также её решение и проверка действия предложенной системы на сгенерированных данных с учетом всех усложнений представлено в данной дипломной работе.

Следующая глава дипломной работы будет посвящена краткому обзору проблем современных систем образования. Во второй главе будут представлены результаты подробного анализа постановок существующих задач, а также математических методов их решения в области персонализации образования. Третья и четвертая главы включают описание системы поддержки принятия решений для студента университета, представляющую главный интерес дипломного исследования. Обсуждение и анализ полученных результатов завершают работу.

¹ Персонализация образования – важный вопрос индивидуального подхода к обучению студента, основывающегося на анализе студенческого потенциала, возможностях, знаниях конкретного студента и предпочтениях относительно стиля преподавания. В персонализированных обучающих системах интерактив обучающегося и информационные запросы учитываются при рекомендациях по дальнейшему обучению студента.

ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ОБЗОР И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ ОБРАЗОВАНИЯ

1.1 Традиционные системы образования

Система образования, которая требует присутствия преподавателя и студента в аудитории для передачи знаний, называется традиционной. В России данная система включает такие Высшие Учебные Заведения², как институты³, академии⁴, национальные исследовательские университеты (НИУ)⁵, университеты⁶ и федеральные университеты⁷.

В России обучение в ВУЗе, как правило, длится от 4 до 6 лет. Различают государственные и частные ВУЗы. Первый тип спонсируется государством, а второй частной организацией. Обучение в государственных ВУЗах может быть как бесплатным, так и платным (в зависимости от количества бюджетных мест), а в частных ВУЗах только платным. Также обучение может быть дневным (очным), вечерним (очно-заочным) и заочным, в зависимости от времени обучения.

Американская структура образования отличается от российской. В США существует три типа ВУЗов: колледж, частные университеты и университеты штатов, финансируемые властью каждого штата. Колледж — это высшее учебное заведение, которое занимается, в основном, обучением студентов, а научная работа остается на втором плане. Престижными считаются, как правило, частные университеты, а университеты штатов являются очень большими и ориентированными на обучение студентов своего штата. В связи с этим плата за обучение и конкурс для студентов из других штатов заметно больше. Минусом таких университетов является то, что из-за большого количества студентов преподавателями уделяется мало внимания конкретному обучающемуся. Однако, в лучших университетах штатов, таких как Беркли или Мичиганский университет обучаются не только студенты со всей Америки, но и иностранцы. Самые известные же американские ВУЗы являются частными (Гарвард, МИТ, «Калтех»).

² Высшее учебное заведение (ВУЗ) – учебное заведение, дающее высшее профессиональное образование и осуществляющее научную деятельность.

³ Институт – УЗ, занимающееся подготовкой специалистов для работы в определенной области профессиональной деятельности.

⁴ Академия готовит широкий круг специалистов какого-либо направления деятельности.

⁵ Национальный исследовательский университет – ВУЗ, одинаково эффективно осуществляющий как научную, так и преподавательскую деятельность на основе принципов интеграции науки и образования.

⁶ Университет – многопрофильное учебное заведение с большим выбором учебных программ в самых разных областях знаний.

⁷ Федеральный университет – ведущее высшее образовательное учреждение на территории федерального округа, центр науки и образования.

Европейская система образования имеет особенности в каждой конкретной стране. Французское образование признано одним из лучших европейских образований. Оно делится на два цикла: короткий, куда входят отделения высшего технического образования в лицеях, университетские технологические институты и специализированные школы, а также длинный, куда относятся государственные университеты (частных университетов во Франции почти нет). Обучение в университете делится на три этапа. Первый этап готовит к получению диплома об общем университетском образовании, который длится два года и не имеет практической ценности на рынке труда. Второй этап готовит к бакалавриату. Третий этап состоит из получения диплома высшего специализированного образования, который является профессиональным дипломом и включает в себя обучение и практику, или диплома углубленного изучения, включающего исследовательскую работу.

Главным плюсом традиционной системы образования является возможность коммуникации с преподавателем в момент передачи знаний: задание уточняющих вопросов, дискуссии. Кроме того, огромное значение имеет то, что учащийся является ячейкой общества студентов. Студенты сидят в аудитории в окружении других учащихся, заинтересованными теми же вопросами, с похожим мышлением и стремлениями. Это увеличивает мотивацию двигаться, спорить и трудиться продуктивно.

1.2 Онлайн системы образования

Системы образования, которые не требуют непосредственного присутствия преподавателя и студента в аудитории, основаны на дистанционном обучении. Данный вид обучения предполагает взаимодействие учителя и ученика на расстоянии при сохранении всех присущих учебному процессу компонент – цели, содержания, методов, организационных форм и средств обучения. В данном случае обучение реализуется средствами Интернет-технологий или другими средствами, предусматривающими интерактивность. Наиболее известными формами организации дистанционных занятий являются веб-занятия⁸, телеконференция⁹, а также электронное обучение.

Наиболее популярный тренд, который захватывает как интерес студентов, так и интерес администраций университетов – массовые открытые онлайн-курсы (МООС) (Fain, 2013; Lewin & Markoff, 2013). Данный вид курсов в дополнение к традиционным материалам образования (видео, чтение, домашние задания) предполагает использование

⁸ Веб-занятия — дистанционные уроки, конференции, семинары, деловые игры, лабораторные работы, практикумы и другие формы учебных занятий, проводимых с помощью средств телекоммуникаций и других возможностей «Всемирной паутины».

⁹ Телеконференция — проводится, как правило, на основе списков рассылки с использованием электронной почты.

интерактивных форумов пользователей, позволяющих создавать и поддерживать открытые общества студентов, преподавателей и ассистентов, а также предлагает инновационный подход к обучению. В то время как онлайн-лекции и запись аудиторных лекций статичны и пассивны, MOOC позволяет обучаться динамично и интерактивно. Каждая лекция читается известным профессором, после нее система предлагает пройти множество вопросников и тест, выявляющий истинное понимание предмета студентом.

Термин “Massive Open Online Courses” был предложен в 2008 году Джорджем Сименсом и Стивеном Доунсом – преподавателями первого онлайн-курса «Коннективизм и коннективные знания», разработанного университетом Манитоба. Название отражает влияние социальных связей на образование. Запись на курс была бесплатной и открыта для всех студентов с доступом к Интернету. Однако студенты, желающие внести курс в учебный план, за кредиты должны были пройти регистрацию и платить взнос. Успех пришел к MOOC после курса профессора Стэнфорда и исследовательского директора Google Питера Норвига «Искусственный интеллект» в 2010-2011 году. Количество студентов, зарегистрированных на курс, превышало 160 000 студентов. По завершении курса 26 000 студентов успешно выпустились, что составляет 14% от первоначально зарегистрированного количества. [23] Это является хорошим показателем. Именно тогда стало ясно, что традиционное образование находится на пути перемен.

Онлайн-курсы являются преимущественно бесплатной возможностью обучения, однако необходимо заплатить небольшую сумму за получение сертификата об успешном окончании курса, где прописаны текущие оценки, оценка за финальный экзамен, а также виды занятий. Наиболее популярной бесплатной платформой, предоставляющей доступ к MOOC, является edX, которая спонсируется MIT и Гарвардом и является основоположником данной области. Платные платформы включают такие крупнейшие платформы онлайн-образования, как Coursera и Udacity. Данные платформы сотрудничают с ведущими мировыми университетами, предоставляющими свои курсы в свободный доступ. Несколько университетов засчитывают курсы на Udacity и edX, как полученные в ходе обучения в университете кредиты. 12% мировых университетов разрабатывают данные курсы или планируют это делать и популярность данного вида образования растет с космической скоростью.

Так, статистика показывает, что в 2011 году 32% студентов американских университетов изучили хотя бы один онлайн курс (Allen & Seaman, 2013). В ноябре 2012 года в интервью газете «The New York Times» Лаура Паппано¹⁰ назвала 2012 год «Годом массовых открытых онлайн-курсов» в ответ на то, как быстро инновация

¹⁰ Известная журналистка, блоггер и автор книги «Inside School Turnarounds»

распространилась в государственные и частные университеты по всему миру. В феврале 2013 года мэр Нью Йорка Майк Блумберг и основатель компании Microsoft Билл Гейтс восхищались потенциалом МООС на пути к распространению образования в семьи, которые не имеют возможности оплатить университет детям, и возможности вытащить миллионы молодежи из бедности и необразованности.

Сегодня все больше университетов готовы включать МООС в учебный план студентов: от университета в Малайзии до Калифорнийского Государственного университета.

В то же время сами онлайн-платформы, предоставляющие возможность обучения, наполняют студентов энтузиазмом. Udacity (2013) на своем сайте заявляет, что платформа изобретает образование 21 века и строит мосты между образованием, развивающим способности, необходимые студентам в реальном мире при трудоустройстве на желаемую работу. Coursera, в свою очередь, утверждает, что создает будущее, в котором ведущие мировые университеты обучают не тысячи, но миллионы студентов. Платформа настроена предоставить доступ к мировому классу образования, которое до недавнего времени было доступно только немногим. Таким образом, многие мировые бизнесмены, исследователи и политические деятели уверены, что будущее за завершением определенного числа онлайн-курсов, которое при определенных обстоятельствах будет приравнено к диплому бакалавра Стэнфорда.

Популярность онлайн-курсов увеличивается с каждым годом и среди российских студентов. Более того, такие университеты как НИУ Высшая Школа Экономики, Московский Государственный Университет им. Ломоносова и МФТИ предлагают студентам курсы, разработанные и преподающиеся профессорами данных ВУЗов. Так, 29 апреля 2014 года закончился первый онлайн курс НИУ ВШЭ «Финансовые рынки и институты», который был успешно пройден 1983 пользователями. Основной аудиторией занятий оказались выпускники бакалавриата российских и зарубежных ВУЗов с опытом работы.

1.3 Основные проблемы развития систем образования

В последние годы количество проблем в сфере традиционного образования по всему миру возросло: цена на образование в университетах увеличивается на 6,5% каждый год (U.S. Department of Education, 2011), а студенческий долг превысил все формы долга (Martin & Lehen, 2012). Процент молодежи, поступающей в университеты ежегодно уменьшается, в связи с чем многие европейские и американские университеты уменьшили стоимость обучения. Вопрос развития новой бизнес модели образования затрагивали

многие авторы (Breneman, 2010; Christensen, Horn, Caldear & Soares, 2011; Fried, 2011; Kastle, 2010; Sheets, Crawford & Soares, 2012; Tapscott, 2009), и постепенно образование на наших глазах выходит на новый уровень.

Использование студентами онлайн-курсов помогает уменьшить как временные, так и финансовые издержки, а также расширить доступ и увеличить продуктивность за счет того, что теперь обучающиеся могут заниматься когда и где им удобно и слушать тех преподавателей и те методики, которые лучшим образом позволяют им усваивать знания.

Однако одной из главных проблем, на сегодняшний день, является недоверие онлайн-курсам обучения. Многие студенты не понимают, насколько эффективны эти курсы по сравнению с традиционными, и как выбрать курс для себя из предлагаемого множества.

Кроме того, несмотря на то, что онлайн-курсы являются сильным инструментом образования, который составляет одновременно серьезную конкуренцию и помощь традиционному образованию, данная возможность обучения далека от оптимального использования. Во-первых, существующий процесс тестирования и экзаменации в МООС ни в чем не ограничивает студентов, открывая все возможности для списывания. Большинство тестов не ограничивают ни по времени, ни требует подтвердить ограниченный доступ к другим сайтам Интернета. Кроме того, тестирование предполагает ответы «Да или Нет» или Multiple Answers¹¹ что может являться инструментом для проверки ответа на конкретную числовую задачу в некоторых областях математики, но без развития опции персонального отклика преподавателя не подходит для эффективной проверки критического мышления, навыков написания эссе и других областей, где персональный подход является необходимой частью обучения.

Следующей проблемой МООС, которая логически следует из первой, является низкий уровень возврата на курс (в среднем он варьируется между 5% и 15% в зависимости от сферы обучения). Другими словами, в среднем курс Coursera заканчивает один из десяти зарегистрированных студентов [25]. Безусловно, данные показатели объясняются разочарованием студентов относительно содержания, структуры или методики преподавания, так как, к сожалению, ни один из данных пунктов не бывает подробно описан перед началом курса.

Тем не менее, несмотря на множество проблем, знаменитые деятели всех областей уже связывают будущее с онлайн-курсами. Как сказал Том Фридман, известный журналист и автор регулярных колонок в газете «The New York Times», «Я представляю

¹¹ Multiple Answer (MA) – вид тестирования, позволяющий студенту выбрать один из нескольких предложенных ответов.

себе день, когда студенты сами соберут свой учебный план из лучших для себя курсов, разработанных лучшими университетами мира и преподаваемых лучшими преподавателями – частично из Стэнфорда, частично из Принстона, частично из МИТ, немного литературы из Эдинбурга – при этом заплатив только скромный взнос за получение итогового сертификата о завершении. Это в корне изменит современное образование: обучение, преподавание и наем на работу. Впереди – новый мир, пора начинать приспосабливаться».[16] Данные слова наводят на мысли о том, что МООС – сильнейший современный инструмент в образовании, необходимо использовать его максимально эффективно как студентам, так и администрациям университета. Проблемы, описанные выше, представляют собой интересные и как нельзя более актуальные математические задачи, которые необходимо решать уже сегодня.

Следующая глава моей дипломной работы посвящена анализу существующих качественных и количественных подходов к математическому моделированию в сфере образования в целом и оптимизации учебных процессов со стороны студента и со стороны администрации в частности. В завершении обзора будут сделаны выводы по состоянию развития отрасли и имеющихся перспектив.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СИСТЕМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ОБРАЗОВАНИИ

Применение математического моделирования к процессам, проходящим в сфере образования, началось во второй половине XX века. Однако первые модели в области персонализации образования встречаются в конце 1990-х – начале 2000-х годов. Необходимо заметить, что все модели в сфере образования можно разделить на модели, решающие конкретные образовательные задачи со стороны студента и модели, помогающие в принятии важных организационных решений, со стороны администрации университета.

Данная глава рассматривает математические подходы к процессам, проходящим в образовательной среде, она представляет собой детальный обзор литературы в области получения и преподавания знаний в университетах. Краткий анализ наиболее ключевых релевантных статей, отобранных в связи с коэффициентом цитируемости и личным пониманием проблем, включает необходимую информацию для понимания предмета, методики работы, а также степени развития сферы. В каждой статье выделена предметная область, которой занимается автор, постановка задачи, и критически изучено предлагаемое автором решение. Далее следует краткое описание модели, разработанной для достижения поставленной задачи, а также полученные результаты при применении

авторской методологии (если таковые присутствуют). Анализ результатов, актуальность и значимость работы заключают обзор каждой конкретной работы. В конце главы приводится общий обзор по состоянию развития методологии для исследования проблемы персонализации обучения конкретного студента.

2.1 Сравнительный анализ математических формулировок задач принятия решений по оптимизации учебного процесса, представляющих интерес для студентов высших учебных заведений

Несмотря на тот факт, что разработка системы поддержки принятия решений для оптимизации учебного плана студента является, безусловно, ключевой проблемой современного образования, критический анализ имеющейся литературы и публикаций показал, что такая система еще не была разработана. Однако существует множество косвенных проблем, количественные методы для их решения были тщательно исследованы и сформулированы ниже.

Математические формулировки задач принятия решений по оптимизации учебного процесса, представляющих интерес для студентов ВУЗов, обычно направлены на персонализацию, как на главный фактор, позволяющий студенту получать знания тем путем, который является для него наиболее комфортным с точки зрения его/ее знаний и индивидуальных особенностей. В рассматриваемый раздел можно отнести работы, предлагающие пути для персонализации контента определенного учебного курса студента; выбора определенной формы тестирования, подходящей для конкретного студента лучшим образом; разработки системы, позволяющей выбрать индивидуальный набор или последовательность онлайн-курсов и некоторые другие.

Путем хронологического анализа было обнаружено, что первые математические модели в рассматриваемой области были связаны с проблемой удовлетворенности студента курсом. Более того, именно этот фактор является основным при разработке большинства моделей для оптимизации учебного процесса студента. Лиав и Хуанг (2013) [22]; Саванг et al (2013) [26] определили удовлетворенность студента, как уровень, на котором ожидания соответствуют потребностям студента.

Рассмотрим статью Эфоса et al (2008) [15]. Авторы в своей работе исследовали факторы, влияющие на удовлетворенность студента курсом. Было получено 13 главных факторов, которые были статистически проанализированы. Результаты показали, что качество курса, состоящее из подфакторов, главными из которых является удобство расписания и качество описания курса, имеет наибольшую корреляцию с удовлетворенностью студента курсом, а, следовательно, и с решением студента о

продолжении обучения или его досрочном завершении. Данная работа позволила последователям учитывать именно эти факторы при решении задачи удовлетворенности студента.

Так, Гао (2010) [19] в своей статье задается целью предсказать удовлетворенность студента конкретным курсом, основываясь на факторах, максимально влияющих на выбор курса. Функция удовлетворенности в рассматриваемой работе зависит от множества факторов: культурные и религиозные взгляды, индивидуальное психологическое и интеллектуальное состояние, способность адаптироваться в разных образовательных средах etc.

В своей работе Гао показывает, что удовлетворенность студента курсом – многомерная нелинейная задача. В статье используется трехуровневая нейронная сеть для моделирования данных с одним обучающим уровнем из L узлов, p -размерным входным вектором I и q -размерным результирующим вектором O . Взаимосвязь начальных и конечных данных представлена уравнением

$$O_k = \beta \left(\sum_{j=1}^l B_{kj} \alpha \left(\sum_{i=1}^p A_{ji} I_i \right) \right)$$

где $k = 1, 2, \dots, q$, A_{ji} определяет веса для перехода из начального слоя в обучающий, B_{kj} – веса из обучающего слоя в результирующий, а α и β – передаточные функции¹².

Качество обучения сети проверялось с помощью среднеквадратической ошибки, зависящей от реальных и смоделированных данных.

$$MSE = \frac{1}{N} \left(\sum_{m=1}^N (o(m) - s(m))^2 \right)$$

где o и s - реальные и смоделированные величины соответственно.

Алгоритм Левенберга-Маркардта был выбран для обучения модели (Marquardt, 1963), поскольку данный алгоритм считается наиболее быстрым¹³. Его идея состоит в приближении матрицы Гессе как $H = J^T J$, где J -матрица Якоби. Вычисление матрицы Гессе намного сложнее вычисления матрицы Якоби, поэтому данный алгоритм использует приведенное приближение. Градиент функции вычисляется как $g = J^T e$, где e -вектор нейронных ошибок. Наконец, сам процесс обучения происходит при использовании формулы

$$x_{k+1} = x_k - (J^T J + \mu I)^{-1} J^T e$$

¹² Передаточная функция представляет собой дифференциальный оператор, выражающий связь между входом и выходом линейной стационарной системы.

¹³ Стоит заметить, что несмотря на быстроту алгоритма большинство разработчиков моделей останавливаются на методе обратного распространения ошибки для реализации обучения.

Стоит заметить, что в случае когда $\mu = 0$, алгоритм превращается в метод Ньютона с приближенной матрицей Гессе.

В работе также был использован статистический анализ, а именно критерий Стьюдента, для выявления факторов, прямо и косвенно влияющих на удовлетворенность студента курсом.

Результаты моделирования были применены для разработки динамических моделей для анализа и предсказания удовлетворенности студента курсом. Также были подсчитаны коэффициенты корреляции удовлетворенности с разными факторами. Корреляционный анализ показал, что удовлетворенность студента курсом максимально зависит от количества студентов, обучающихся в группе и разброса в итоговых оценках.

Эмпирический тест модели был основан на результатах опроса по прохождении 43 курсов в 11 семестрах с 2002 по 2007 год. Точность трехслойных многоуровневых моделей превосходит точность линейной регрессии в предсказании удовлетворенности студента курсом. Автор предоставил подробный анализ результатов сравнения применения разных методов в статье.

На основе результатов, полученных в статье Гао, можно выявить полезные рекомендации. К примеру, уменьшение количества студентов в классе, а также увеличение количества «отличников» в классе способствует повышению удовлетворенности студента курсом. К сожалению, точность полученных результатов оставляет желать лучшего, поэтому модель может являться только хорошей основой для дальнейшей разработки.

Модели, решающие задачи, связанные с традиционным путем обучения, количественными методами крайне редки в научной литературе. Так, Бэйкер, Мэгзайн и Полак [4] поставили цель составить такое расписание, при котором студенты, в течение обучения на разных программах, общаются с наибольшим числом других студентов. Эффективно взаимодействуя в группе, студенты получают опыт общения со студентами других направлений, развивают навыки коммуникации и, следовательно, на выходе имеют более широкий кругозор. Стоит заметить, что ученые доказали, что чем больше сеть контактов, тем лучше распределение и усваивание информации внутри системы. Очевидно, что в создании таких расписаний заинтересованы как преподаватели, так и работодатели.

Решение данной задачи представлено авторами следующим образом: студенты разбиваются на группы, каждый семестр группы в разном порядке присоединяются к какой-либо секции. Необходимо построить распределение, позволяющее каждой группе контактировать с наибольшим количеством других групп. Оптимальным решением

является расписание (K, L, T), где K – набор групп, прикрепленных к секции S_i размером L в каждом модуле T. Целевая функция комбинаторной модели состоит в том, чтобы максимизировать количество возможных распределений групп. Для изучения взаимодействия групп при конкретном расписании авторами была введена модель нелинейного целочисленного программирования. Третьей моделью, представленной в статье, является модель, разработанная с помощью программирования в ограничениях модели.

Программирование в ограничениях необычно тем, что отношения между переменными указаны в виде ограничений. Ограничения определяют свойства искомого решения и бывают разных типов. Некоторые из них включают в решение симплекс-метод (к примеру, в случае " $x \leq 0$ "). Ограничения, как правило, встроены в язык программирования или реализуются через отдельные программные библиотеки. В данной задаче переход от нелинейной целочисленной модели к модели программирования в ограничениях был осуществлен с помощью добавления еще одной целевой функции к исходной (максимизирование найденного максимума из прошлой модели). Обе реализации численной проверки, по словам авторов, дали хорошие результаты и построили оптимальное расписание.

В данной работе авторы реализовали не один, а несколько подходов к решению проблемы. Однако нагляднее было бы не просто представить коллегам данные методы, но и провести сравнительный анализ всех трех подходов по решению данной проблемы и обсудить плюсы и минусы каждого.

Большой темой в области образования является решение проблем онлайн-образования. Данной теме посвящено множество исследований в современной образовательной литературе. Безусловно, с развитием интернета популярность онлайн-образования стремительно возросла. Студенты получили возможность выбирать что они хотят изучать вне зависимости от времени, местоположения или других ограничений. Однако, несмотря на то, что образовательные онлайн-системы предоставляют множество учебных материалов и возможностей работы с ними, большинство систем не может предложить материал в соответствии с возможностями студента, который идеально подойдет для изучения.

Большинство систем образования построены на том, что студентам приходится изучать курс таким образом, каким того требует преподаватель. Этот способ очень удобен для студентов, так как ничего не нужно решать самим. Однако зачастую он ограничивает эффективность обучения, так как восприятия и способности каждого человека уникальны. Кто-то предпочитает воспринимать информацию визуально, а кто-то на слух. Кто-то

быстро усваивает грамматику, но только по проделыванию десятков упражнений запоминает слова. Именно поэтому в настоящее время проблема индивидуального контента курса для каждого студента является следующей рассматриваемой в данном обзоре насущной и широко обсуждаемой темой.

Чен, Лиу и Чанг (2006) в своей работе [10] разработали Веб систему обучения, основанную на теории ответа на объект¹⁴ для нахождения персонализированного учебного курса на основе сложности материала и знаний студента. Данная теория является популярной статистической теорией определения того, как ответы на вопросы коррелируют со способностями студентов. Чаще всего ее принципы можно встретить в компьютерном адаптированном тестировании¹⁵ – форме компьютерных тестов, которая приспособляется к уровню способностей студента, и выдает тестовые задания адекватные уровню пользователя. Это сокращает время, необходимое для прохождения теста, а также увеличивает точность полученных результатов. Принцип теории реализован в таких тестах, как TOEFL, GRE и GMAT. [30]

В данной работе авторы применяют модифицированную IRT модель, позволяющую основываться сразу на нескольких факторах, на которых строится оптимальный курс: уровень сложности части курса, умственные способности студента и принцип непрерывности в последовательности частей курса.

Предлагаемая авторами система основана на четырех агентах: Агент по интерфейсу, Агент обратной связи, Агент рекомендации курса и Агент по управлению курсом. Процесс организации системы похож на то, как будет описано ниже в модели Янга, Чои и Сонга [20], однако подход Чена et al имеет некоторые весомые преимущества. Во-первых, тестирование изначально основывается на способностях студента, которые измеряются по шкале от -1 до 1. Функция $P_j(\theta) = \frac{e^{D(\theta-b_j)}}{1+e^{D(\theta-b_j)}}$ определяет вероятность того, что студент понимает j-ю программу на уровне ниже уровня знаний θ , b_j – сложность j-й программы и D - константа. Во-вторых, авторы получили графики, демонстрирующие что при применении модели на реальных данных, уровень сложности рекомендованного курса сильно коррелирует со способностями студента.

Работа Чена et al внесла весомый вклад в развитие темы генерации персонализированного курса. Однако сильным ограничением модели является возможность отвечать только «Да» или «Нет» на тестовые вопросы, что сильно сужает круг вопросов, позволяющих выявить реальные знания студента. Зачастую авторы

¹⁴ Item Response Theory (IRT)

¹⁵ Computerized Adaptive Testing (CAT)

предлагают студенту отвечать на такие вопросы, как «Понимаю ли я содержание рекомендованной мне литературы?» в то время как эффективнее было бы дать студенту задачу, позволяющую проверить, получил ли студент нужные знания. Кроме того, данные были протестированы только на одном курсе и нескольких студентах, при том, что база насчитывает 1731 пользователей.

В более поздней статье Янга, Чои и Сонга (2012) [20] ставится цель разработать персонализированную систему планирования учебных курсов¹⁶, позволяющую студентам выбирать содержание курса соответственно желаниям и возможностям. Система реализована следующим образом: каждый студент имеет собственный профайл, в котором отражаются его предпочтения по содержанию контента и результаты теста на остаточные знания. Система анализирует профайл студента через систему принятия решений по онлайн-обучению (EL-DSS)¹⁷ и на основе результатов анализа позволяет студентам выбирать наиболее оптимальные условия для обучения.

Алгоритм для построения системы принятия решений по онлайн-обучению основан на действиях пяти агентов. На начальном этапе студент высказывает свои предпочтения по еще не начавшемуся курсу с помощью агента по приему приоритетов. Далее Агент для работы с профайлом пользователя анализирует профайл пользователя для извлечения приоритетов, берет данные о предыдущих курсах обучения и результатах прохождения тестов с помощью Агента по результатам обучения и переносит результаты анализа в Базу профайлов пользователей. Агент по содержанию курсов загружает данные о курсе из Базы данных курсов для генерации курса обучения. EL-DSS получает и анализирует данные из Агента для работы с профайлом пользователя и данные о курсах от Агента для работы с контентом курсов. Наконец, с помощью Агента по рекомендации курсов студент получает обучающий контент с оптимальной последовательностью блоков для обучения. Таким образом, главная основа для вычисления итогового контента курса – содержание предыдущих курсов, которые закончил студент.

Визуализация системы имеет дружественный пользовательский интерфейс. Система была протестирована на 30 студентах одного университета, после чего каждый студент прошел тест на удовлетворение пройденным материалом. Результаты проверки эффективности системы показали, что предложенный авторами подход повысил эффективность обучения студентов, так как повысилась заинтересованность в исследовании выбранного предмета.

¹⁶ Personalized Learning Course Planner (PLCP)

¹⁷ EL-Decision Support System – интерактивная компьютерная система, созданная для информационной поддержки людей, принимающих решение.

Преимущество рассмотренной методики Юнга, Чои и Сонга состоит в том, что авторы разработали систему, основывающуюся на знаниях конкретного студента, а не на средних отзывах других студентов. Это очень важно при создании моделей по персонализации учебных курсов. Кроме того, авторы предложили очень удобный интерфейс, которым удобно пользоваться как студентам для подбора индивидуального курса, так и преподавателям – для корректировки курса под группу студентов. Таким образом, авторы строят систему, дающую возможность конкретному студенту получить курс, позволяющий влиться в учебный процесс наиболее продуктивным и эффективным способом, а также оптимизировать свой потенциал.

Безусловно, оценка математической модели была бы более эффективной при получении и сравнении результатов теста студентов, прошедших персонализированный курс, и студентов, прошедших курс у лучшего преподавателя в университете. Удовлетворенность студента курсом не всегда означает усваивание им предполагаемого количества материала. Зачастую студент удовлетворен не из-за полученных знаний, а из-за итоговой оценки, значение которой зависит от множества факторов помимо реальных полученных знаний обучающегося. Предложенное же сравнение поможет оценить полученные студентами знания, что является главной оценкой эффективности курса.

В статье [11] Ченг et al (2010) разрабатывают модель для персонализированного обучения (OPAL), основанную на онтологии¹⁸.

Главными компонентами в системе являются слой времени прогона и накопительный слой. Первый слой включает в себя механизм адаптации материала, состоящий из экспертных правил. Второй слой включает в себя три семантические модели.

Модель области определяет, что нужно персонализировать: она создает иерархию объектов изучения. Для примера авторы выбрали курс Java, представленный в трех уровнях сложности. Для определения первоначального уровня сложности, на котором студенту следует обучаться, преподаватель готовит список вопросов, ответы на которые позволяют оценить уровень подготовки обучающегося. Уровень последующих глав, который может быть выше и ниже текущего, в курсе определялся результатами теста по текущей главе. Другими словами, студент, “кликая” на изучение новой главы, перенаправляется на тест, который определяет, на каком уровне сложности он сможет пройти данную главу. Взаимосвязь между курсом и его обучающими частями

¹⁸ Онтология — это попытка всеобъемлющей и детальной формализации некоторой области знаний с помощью концептуальной схемы.

представлена в работе онтологической моделью. Все тесты также представлены в виде онтологии и подробно описаны в работе.

Модель обучающегося содержит всю необходимую о пользователе информацию: личные данные, опыт, стиль обучения, мотивация. Кроме того, модель обладает информацией о том, как студент ответил на каждый вопрос: сколько времени он потратил на раздумья, как он оценивает свои знания по каждой части и тд.

Модель адаптации включает специальные механизмы разработки адаптивных семантик системы (разработку теста, последовательность частей курса), основанный на системе Jess.

Тестирование системы проходило на базе онлайн-курса Java. 64 студента прошли онлайн-курс, среди которых были студенты университетов, колледжа и средней школы. Результаты t-теста показали, что есть зависимость между итоговым баллом и группой, к которой принадлежит студент. В связи с этим система не рекомендована студентам средней школы. Тем не менее, все студенты оценили систему как хороший инструмент, помогающий повысить эффективность обучения за счет учета индивидуальных возможностей студентов.

К сожалению, в статье не описан процесс применения модели подробно. Так, неизвестен характер вопросов в тесте и насколько четко эти вопросы отражают суть предмета.

Популярными инструментами моделирования процессов онлайн-образования являются техники анализа данных. Кастро et al (2007) [8] предоставил обзор текущего состояния методов анализа данных в онлайн-образовании. На основе данного обзора можно сделать вывод, что основные задачи, которые решаются исследователями: классификация студентов по типам на основе их образовательных результатов, выявление иррационального поведения студентов, оптимизация систем онлайн-образования, кластеризация¹⁹ и приспособление системы к требованиям и предпочтениям студентов. Также множество техник анализа данных, таких как агенты было применено для разработки систем рекомендаций.

Рекомендательная система предсказывает интерес конкретного пользователя. Для этого пользовательский профиль сравнивается либо по роду информации элемента (контентно-ориентированная система), либо с профилями социального окружения

¹⁹ Кластеризация – нахождение групп объектов таких, что объекты в одной группе схожи друг с другом, но различны элементами другой группы.

пользователя (системы, построенные на коллаборативной фильтрации²⁰). Корни моделирования рекомендательных систем уходят к задаче рекомендации продуктов в реалиях Интернет-магазинов.

В статье [28] Сунита et al (2013) используют новые методы анализа данных для разработки системы по рекомендации курсов и исследуют и оценивают возможность использования рекомендательной системы в LMS²¹. Система, как и большинство рекомендательных систем, основывается на выборе курсов другими студентами. Авторы используют метод К ближайших соседей и правила ассоциаций²².

Метод К ближайших соседей – метод кластеризации в котором элементы переопределяются из одного множества в другое до тех пор, пока не будет достигнуто нужное распределение элементов по группам. Данный алгоритм является итеративным. Количество кластеров известно заранее. Авторы приводят анализ разных комбинаций алгоритма с другими известными подходами в сфере анализа данных. Наилучшую точность рекомендаций удастся достичь с помощью метода К ближайших соседей совместно с правилами ассоциаций. Вычислительная сложность совмещенных алгоритмов составляет $O(d^2n)$, где d-количество элементов и n-количество записей.

Авторы используют следующую логику в системе: студент заходит в систему LMS и записывается на курсы, которые он хочет посещать. Данные сохраняются в базу Moodle, которая является альтернативной системой управления курсами, затем к ним применяется процесс кластеризации на основе метода К ближайших соседей. Наконец, онлайн-инструмент Weka находит наилучшую комбинацию курсов для изучения конкретным студентом.

К сожалению, в статье не приводятся эмпирические результаты, но авторы обещают, что алгоритм может быть успешно применен на курсах MOOC. Также модель имеет некоторые предположения, которые могут вызвать погрешность в рекомендациях. Так, одно из правил ассоциаций, на котором основана система - если студент не интересуется курсом о структуре хранения данных в компьютере, то он не интересуется и курсами, связанными с компьютерными сетями и операционной системой. Очевидно, что если студент не интересуется одной из сфер программирования, нет гарантий, что он при этом не заинтересован в любой другой.

²⁰ Коллаборативная фильтрация, совместная фильтрация (англ. *collaborative filtering*) — это один из методов построения прогнозов (рекомендаций) в рекомендательных системах^[1], использующий известные предпочтения (оценки) группы пользователей для прогнозирования неизвестных предпочтений другого пользователя.

²¹ LMS – Learning Management System

²² Правила, объясняющие отношения между элементами данных.

Следующей важной проблемой является определение стиля обучения студента, то есть то, как студент собирает, анализирует и запоминает информацию. Модель Фельдера Сильвермана (FSLSM) (Felder & Silverman, 1988) считается базовой в данной области. Работа исследователей была процитирована и применена в образовательных онлайн-системах тысячами последователей. Модель дает подробную классификацию и четкое определение стратегии обучения студента, а также определяет изменения предпочтений студента со временем. Модель основывается на предложенном авторами психометрическом инструменте - тесте ILSQ²³. Главные измерения в модели: стиль обработки информации, осознание, восприятие и понимание информации. Предпочтения в каждой категории классифицируются как мягкие, умеренные и сильные. Альтернативный и более современный способ моделирования студенческих стилей обучения основывается на применении байесовских сетей. Гибридная модель обоих подходов позволяет получить автоматизированный ответ.

Кармона et al (2008) [7], взяв за основу модель FSLSM, классифицируют доступные дополнительные материалы для изучения конкретному пользователю с учетом его стиля обучения. Особенности студента определяются по средствам динамической байесовской модели, которая определяет связь между стилем обучения и конкретным предметом для каждого студента на основе результатов теста ILSQ для понимания силы интереса к предмету.

Байесовская модель состоит из двух частей: качественной, которая определяет структуру, и количественной, которая определяет множество значений. Структура - циклический ориентированный граф. Значения - условные вероятности, которые определяют силу связи. Различие динамической и нединамической байесовской модели состоит в том, что первая модель соотносит новый выбранный студентом объект изучения с новым временным промежутком.

Авторы определяют следующие переменные, отвечающие за студенческий стиль обучения:

Восприятие = {визуальное, вербальное}

Обработка = {активная, размышляющая}

Осознание = {чувственное, интуитивное}

Понимание = {последовательное, глобальное}

Каждая переменная является отдельным измерением в модели (четыре байесовских сети).

В итоге все четыре сети объединяются в одну.

Переменные, отвечающие за изучаемый объект:

²³ Index of Learning Style Questionnaire

Выбранный формат = {текст, картинка, аудио, видео, приложение}

Выбранный тип образовательного ресурса = {упражнение, кейс, вопросник, график, таблица, алфавитный справочник, лекция, семинар}

Уровень интерактивности = {очень низкий, низкий, средний, высокий, очень высокий}

Тип интерактивности = {активный, описательный, микс}

Семантическая интенсивность = {очень низкая, низкая, средняя, высокая, очень высокая}

Переменная, определяющая студенческий рейтинг для объекта изучения:

Выбранный рейтинг = {*, **, ***, ****, *****}

Классификатор получает на вход связь объекта изучения со стилем обучения студента. На выходе пользователь получает вероятность того, насколько данный объект подходит студенту для изучения.

Авторы демонстрируют только часть функционала модели в действии: стиль обучения студента меняется с течением времени в зависимости от объектов изучения. Однако в статье не приводятся эмпирических результатов применения модели по рекомендации объектов для изучения.

Следующей фундаментальной проблемой современного онлайн-образования является выбор наилучшей комбинации онлайн курсов для обучения конкретного студента, учитывая существующие жизненные ограничения и персональные возможности. Пока системы не будут включать в себя алгоритм по решению данной проблемы, их создатели будут регулярно сталкиваться с неудовлетворенностью пользователей, выражающейся в отписке от курса, несоблюдении дедлайнов домашних работ или их полном невыполнении. Каждому студенту необходимо выбрать оптимальный путь обучения, учитывая разный уровень знаний, предпочтений и жизненные цели. Кто-то хочет развивать науку, кто-то склонен заниматься бизнесом, а другие стремятся получить техническое образование, но найти себя в творчестве. Не все курсы учитывают, насколько уровень сложности курса соответствует мотивации и способности отдельно взятого студента обучаться.

Данная проблема была рассмотрена в статье Чанга и Ке (2013) [9]. Её решение основывалось на применении генетического алгоритма. Генетический алгоритм — это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации и моделирования путём случайного подбора, комбинирования и вариации искомым параметров с использованием механизмов, аналогичных естественному отбору в природе.

Большим преимуществом метода авторов является использование стратегии параллельного поиска, за счет которой снижаются сложность и время выполнения алгоритма. Кроме того, модель, помимо факторов, перечисленных выше в других моделях, учитывает время, необходимое студенту на прочтение рекомендованного материала. Другими словами, авторы первыми в своей области предложили алгоритм, основанный на количестве дополнительного материала и количестве студентов. Также авторы учитывают, что со временем количество студентов будет увеличиваться или уменьшаться.

Результаты эмпирических тестов Чанга и Ке оказались самыми точными из всех ранее представленных моделей. Для сравнения были взяты те же данные, что и в статье Чу et al (2011) [13], программирование также происходило в среде MATLAB. Несмотря на то, что модель учитывает не все факторы, которые важны студенту при выборе курса (полный список был приведен в начале главы), в данный момент модель является наиболее полной и актуальной, так как включает в себя главные разработки в области.

2.2 Сравнительный анализ математических формулировок задач принятия решений по оптимизации учебного процесса, представляющих интерес для администрации высших учебных заведений

Взгляд на персонализацию учебного плана конкретного студента с точки зрения администрации является следующей областью изучения. В данной сфере представлены задачи, необходимые для принятия решений по распределению ресурсов администрации и поддержания оптимальной деятельности системы. Главными методами решения существующих проблем являются линейное программирование, оптимизационные техники и системный анализ.

Стандартные модели распределения ресурсов имеют дело с такими ключевыми проблемами, как неудовлетворение преподавательского состава своей работой, распределение академических часов среди преподавательского состава, а также с проблемой финансирования образования. Кроме того, есть работы, рассматривающие частные проблемы: выбор высококвалифицированных педагогов, ведущих курсы повышенной сложности или, наоборот, курсы для слабых студентов.

Проблема, которая рассматривается во множестве работ, относится к расписанию курсов. Данная проблема может быть разбита на пять разных подпроблем: программа курсов в университете, график работы преподавателя, программа студента, закрепление курсов за преподавателем и распределение курсов по аудиториям.

Во многих университетах распределение преподавателей по курсам происходит вручную. Однако сегодня когда количество курсов и преподавателей увеличивается, проблема приобрела такой масштаб, что компьютеризировать ее просто необходимо. Именно поэтому предложения решений проблемы закрепления курсов за преподавателем рассматривается в литературе чаще остальных. Сначала Андрю и Коллинс (1971) [2] разработали математическую модель, основанную на технике линейного программирования. Затем Тилетт (1975) [29] заметил, что модель не принимает во внимание количество курсов и предложил новую модель. Далее Бреслоу (1976) [6] сделал вывод, что модель Тилетта не может быть использована, когда размер проблемы увеличивается, и предложил новое решение проблемы. Статья Бреслоу будет рассмотрена подробнее ниже.

Для решения вышеуказанной проблемы Бреслоу предлагает:

- 1) Определение набора курсов и количество разделов в каждом
- 2) Назначение преподавателей к курсам
- 3) Распределение курсов и разделов по аудиториям и временным интервалам
- 4) Распределение студентов по курсам и разделам на основе пожеланий последних, в целях сведения конфликтов к минимуму.

Автор использует симплекс-метод, который является популярным алгоритмом решения оптимизационных задач линейного программирования. Метод основывается на переборе вершин выпуклого многоугольника в некотором пространстве. Бреслоу определяет целевую функцию зависящей от переменной r_i – рейтинг, который присваивает преподаватель курсу в соответствии со своим индивидуальным предпочтением.

Целевая функция определяется как сумма рейтинговых переменных по всем курсам, выбранным преподавателем для чтения. Необходимо максимизировать данную функцию при некоторых естественных ограничениях (к примеру, ограничение, описывающее соответствие одного курса одному преподавателю). Решение авторы получают, следуя алгоритму симплекс-метода: сначала выбирается начальное допустимое значение (одна из вершин выпуклого многогранника), далее начинается перебор других вершин (движение по ребрам) в сторону увеличения значения функционала. Оптимальное значение находится тогда, когда переход в другую вершину невозможен (нет вершины с более высоким значением функционала).

В статье приводится подробное теоретическое описание метода, однако не приведены результаты эмпирического исследования. Утверждается, что подобный тест был проведен, оптимальное решение было найдено за 13 секунд работы алгоритма.

После Бреслоу весомый вклад в решение проблемы был внесен Гунаваном и Нг (2008) [18]. Авторы рассмотрели проблему с учетом разделения учителей на два типа: учителя, работающие полное время и не имеющие административных обязанностей и учителя, занимающие также пост в администрации, и поэтому преподающие по частичному графику. Кроме того, авторы рассмотрели вариант преподавания одной секции несколькими преподавателями в течение курса.

Для решения задачи авторы применяют эвристические алгоритмы: алгоритм имитации отжига и алгоритм Табу поиска. Алгоритм имитации отжига представляет собой локальный поиск: ищется такая точка или множество точек, на котором достигается минимум некоторой числовой функции $F(\bar{x})$, где $\bar{x} = (x_1, \dots, x_m)$. Решение ищется последовательным вычислением точек $\bar{x}_0, \bar{x}_1 \dots$ пространства X . Каждая точка, начиная с \bar{x}_1 , «претендует» на то, чтобы лучше предыдущих приближать решение. Алгоритм принимает точку \bar{x}_0 как исходные данные. На каждом шаге определенный алгоритм вычисляет новую точку и понижает значение величины (изначально положительной). Алгоритм останавливается по достижении нулевого значения точки.

Рассмотрим предлагаемый метод решения проблемы, разделенный на две фазы. В первой фазе курсы классифицируются на две категории: те, что преподаются учителями на полную ставку и те, что относятся к преподавателям на либо частичную, либо полную ставку. Далее определяется минимум и максимум преподавателей на каждый курс и каждую секцию. Затем случайным образом соотносятся учителя и курсы. Если количество курсов у каждого учителя на полную ставку больше позволяемого максимума R , то происходит перераспределение учителей на основе алгоритма имитации отжига. Иначе, происходит переход во вторую фазу. Авторы генерируют список учителей, имеющих максимальную загрузку, их количество равно определенной доле от всех учителей, работающих полный график. Далее происходит балансировка на основе того же алгоритма до тех пор, пока количество итераций смены каждого учителя не будет больше определенной константы a . Балансировка состоит из двух шагов: учитель X удаляется из списка учителей на курс Y , учитель Z встает на место учителя X и так далее.

Табу поиск основан также на постепенном локальном улучшении найденного решения проблемы оптимизации. Его отличие от алгоритма имитации отжига состоит в принципе выбора нового решения: второй алгоритм выбирает его случайным образом, а Табу поиск ищет новое решение при учете существующих ограничений. Минусом Табу поиска является ситуация, когда нет лучшего решения. В таком случае берется наилучшее решение по соседству, в то время как это решение, на самом деле, может быть хуже текущего. Табу поиск используется в статье при определении учителя и его курса,

комбинация которых была заменена, за определенное число итераций. Далее происходит анализ того, можно ли было выбрать лучшее решение за то же число итераций.

Тестирование модели реализовывалось в среде C++. Найденные решения оказались лучше тех, что были найдены вручную ранее в одном университете в Индонезии. В основном это произошло из-за установки порога - максимального количества курсов, которые могут преподаваться одним преподавателем. Кроме того, доказано, что применение алгоритмов позволяет уменьшить тотальную загруженность преподавателей. Данная работа является хорошим примером эффективного применения эвристических алгоритмов, а также моделирования, которое приближено к реальной жизни. Работа не учитывает всех факторов, которые встречаются при моделировании проблемы, однако она учитывает несколько важных, которые не были учтены никем ранее.

Проблеме расписания курсов, основанных на учебном плане каждого студента, посвящена известная работа-победитель Второго Международного Конкурса Составления Расписаний, написанная Лу и Хао (2010) [24]. Авторы разработали алгоритм адаптивного Табу поиска и сформулировали проблему следующим образом. Пусть есть набор из n курсов $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, которые должны войти в расписание p периодов $T = \{t_1, t_2, \dots, t_p\}$ и m аудиторий $R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$. Каждый курс c_i состоит из l_i лекций. Также авторы определяют множество из k учебных планов $CR = \{Cr_1, Cr_2, \dots, Cr_k\}$, где каждый учебный план - группа курсов, которые разделяет множество студентов. Авторы накладывают несколько жестких ограничений (т.е. равенства) на количество лекций, загруженности аудитории, возможность появления конфликтов, доступность, вместительность комнаты, минимум учебных дней в неделю, компактность учебного плана и несколько мягких (т.е. неравенства). Метод состоит из трех фаз:

- 1) Инициализация. Конструкция реального расписания, используя быструю жадную эвристическую процедуру.
- 2) Усиление. Задействует алгоритм адаптивного Табу поиска для снижения количества ограничений.
- 3) Диверсификация. Эта фаза основана на алгоритме итерационного локального поиска. Нахождение оптимального результата.

Проверка алгоритмов происходила при использовании двух наборов данных: один был основан на данных, рассмотренных в статье про старую версию модели и второй, взятый со Второго Международного Конкурса Составления Расписаний. Программа была написана на языке C. Результаты вычислений показали, что предложенный алгоритм действует эффективнее пяти предложенных ранее в литературе алгоритмов, а также улучшает значения, которые ранее считались наилучшими.

Однако в рассмотренной работе авторы ни коим образом не учитывали психологические и индивидуальные факторы студентов. К примеру, работа Диллса и Рея [14] утверждает, что академические успехи студентов сильно зависят от расписания, а конкретно времени проведения каждого курса. Кроме того, было замечено, что студенты склонны получать более высокие оценки на курсах, которые преподаются часто, но помалу, чем на курсах, которые преподаются раз в неделю, но по многу часов. Таким образом, для эффективного применения работы Лу и Хао в ВУЗах требуются некоторые совершенствования.

Несмотря на то, что работа Лу и Хао является самой широко обсуждаемой работой, Сориа-Алькараз et al (2014) [27] в начале текущего года достигли лучших результатов в области моделирования расписания курсов.

Авторы формулируют проблему как оптимизационную, где необходимо распределить встречи преподавателя и студентов по фиксированным отрезкам времени, учитывая такие ограничения, как количество студентов, аудиторий и свободные часы преподавателей.

Пусть есть множество событий (курсов) $E=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ множество временных периодов $T=\{t_1, t_2, \dots, t_s\}$, множество аудиторий $P=\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ и множество студентов, зарегистрированных на курс $A=\{a_1, a_2, \dots, a_o\}$. Тогда решением будет множество n комбинаций $(e \in E, t \in T, p \in P, S \subseteq A)$, удовлетворяющих ограничениям системы. В своей статье авторы используют эвристические алгоритмы. Эмпирическое тестирование модели проходило на тех же данных, что и в статье Лу и Хао. По результатам применения модели авторы получили лучшие, на сегодняшний день, результаты в области составления расписания.

Для того, чтобы предоставить студентам комфортную среду обучения, а администрациям университета помочь эффективно распределить ресурсы образовательной системе необходимо знать количество студентов, которые планируют пройти курс. Есть несколько интересных моделей, предлагающих пути для решения данной проблемы.

Первый метод опирается на данные по количеству студентов в прошлом семестре, что неэффективно, так как оно может зависеть от популярности преподавателя, демографического фона в стране и просто смены предпочтений поколения. Кроме того, если курс новый, то система вообще выдает случайные результаты.

Второй метод основывается на голосовании студентов за те курсы, которые они хотят посетить. Обычно такое голосование основывается на данных, которые студенты могут получить о курсе: описание курса на сайте, внешний вид и речь преподавателя,

отзывы студентов и сайты с онлайн-рейтингами. Далее администратор подсчитывает голоса и составляет расписание таким образом, чтобы каждый студент получил набор курсов, которым он поставил максимальные оценки. Однако стоит заметить, что спрос студента всегда соответствует его ожиданиям, но не реальности. Так, студенты могли неправильно понять смысл курса и переоценить свои способности. Или, напротив, курс может оказаться для конкретного студента таким легким, что он не будет его посещать из-за отсутствия интереса. Таким образом, необходимо предсказывать финальное количество студентов, которые будут способны окончить выбранный курс. Другими словами, требуется смоделировать поведение студента.

Яркой работой, в которой была рассмотрена проблема выбора онлайн-курсов студентами, является статья Кардана et al (2013) [21]. Цель авторов – предсказать финальное количество студентов, которые зарегистрируются на конкретный онлайн-курс. Они моделируют поведение студента и тестируют полученную функцию на тренировочных данных, используя нейронные сети, которые являются мощным инструментом в прогнозировании нелинейного поведения студента.

Для моделирования поведения студента авторы определяют факторы, влияющие на удовлетворенность студента, выбравшего определенный набор курсов. Ниже я более подробно опишу количественные вычисления характеристик каждого фактора.

1) Характеристики курса

Переменная $CourseScore(W_i, C_{kji}, N, M_k, L)$, где W_i – вес i -го предложения в опроснике, C_{kj} обозначает ответ j -го студента на i -й вопрос в k -м онлайн-классе с количеством студентов M_k , N – вес и L обозначает количество онлайн-классов, предлагающих данный курс. Кроме того, авторы считают среднее и среднеквадратическое отклонение величины. В случае, когда курс предлагается первый раз, его оценивают эксперты, либо, что было предложено в другой работе, берется среднее оценочное значение по всем курсам.

2) Характеристики преподавателя

Авторы рассматривают нормированное и взвешенное среднее арифметическое всех характеристик преподавателя по онлайн-курсам, которые он вел последний семестр.

3) Загруженность студента

Фактор характеризуется нормированным средним арифметическим взвешенным всех переменных по всем онлайн курсам, которые были выбраны студентом за последний семестр. Стоит отметить, что курсы, имеющие слишком сильную нагрузку или совсем элементарные имеют низкие рейтинги среди студентов, а курсы, имеющие среднюю нагрузку склонны получать высшие рейтинги. (Centra (2003))

4) Оценка по курсу

Средняя оценка по курсу в предыдущем семестре, как правило, является серьезным критерием при выборе курса студентами. Для объективности авторы определяют переменную средней оценкой, которая выставлялась по курсу за все время его обучения и всеми преподавателями.

5) Тип курса

Курс может быть как обязательным для обучения, так и факультативным.

6) Время обучения курсу

Это может быть раннее утро, позднее утро, ранний полдень или поздний полдень.

7) Количество конфликтов по времени

Все курсы разделяются на несколько групп. Каждая группа содержит те курсы, которые не вызывают перекрытия по времени.

8) Время финального экзамена

Среднее взвешенное количества экзаменов, проходящих в последние i дня перед k -м экзаменом характеризует данный фактор

9) Спрос студентов

Рассматривается отношение количества студентов, записавшихся на курс, к возможному количеству студентов на курсе.

Существует несколько типов нейронных сетей. Наиболее популярными являются нейронные сети прямого распространения, в которых информация всегда двигается в одну сторону, не образуя циклов и не делая шагов назад. Другими словами, нейроны каждого слоя соединены со всеми нейронами предыдущего слоя. Многослойный перцептрон Румельхарта – вид нейронных сетей прямого распространения, состоящих из входного слоя узлов, далее следует несколько обучающих слоев и заключающий результирующий слой. Каждый предыдущий слой является входным слоем для текущего. Узлы на текущем слое не связаны между собой. Авторы статьи задают функцию связи входного и результирующего слоя, выбраны оптимальные веса перехода на следующий слой, вычисляется среднеквадратическая ошибка и коэффициент корреляции между целевыми и результирующими показателями для проверки ошибки сети стабилизации весовых коэффициентов. Особенностью рассматриваемого авторами перцептрона является то, что один алгоритм обратного распространения ошибки, подробно описанный Румельхартом, обучает все слои. Суть в том, что разница между желаемым результатом и получаемым вычисляется постепенно от входного слоя к выходу и в обратном порядке, устанавливая веса. Процесс повторяется для каждого элемента обучаемого множества до полного обучения. Данный алгоритм используется с целью минимизации ошибки работы многослойного перцептрона и получения желаемого выхода.

Авторы реализуют алгоритм в среде MATLAB R2010b. Кроме того, такие алгоритмы, как «Метод k ближайших соседей», «Метод опорных векторов» и «Дерево принятия решения» были применены для моделирования рассматриваемой задачи для сравнения результатов. Из серии проведенных экспериментов были отобраны лучшие результаты по каждому алгоритму. Результаты показали, что нейронные сети дают самое точное предсказание финального количества студентов, зарегистрировавшихся на курс.

Модель была применена в университете ELCAUT. Студентам требовалось пройти 4 из 6 обязательных и 4 из 9 курсов по выбору. В конце каждого семестра ELCAUT проводил опрос студентов для определения их степени удовлетворенности пройденным курсом. Каждый опросник состоял из нескольких предложений. Характер предложений можно разбить на три категории: характеристики курса, характеристики преподавателя, загруженность студента. Каждая секция состояла из 5-10 предложений, каждое из которых имело свой определенный вес, который определялся на основании мнения студентов по поводу значимости данного утверждения при выборе курса.

Метод решения задачи является типичным в данной области. Однако авторы не показывают, как могут быть применены полученные результаты и возможно ли расширение модели на большее количество факторов, которое появится со временем.

Следующей проблемой, которая является чрезвычайно обсуждаемой на протяжении последних сорока лет как с точки зрения студента, так и с точки зрения администрации является тестирование знаний студентов. Наиболее объективные результаты получаются при применении САТ тестов, которые уже были упомянуты выше при обсуждении проблемы составления оптимального курса для изучения конкретным студентом. Система адаптируется к уровню знаний студента в течение сессии ответов таким образом, что она способна предсказать наилучший вопрос с точки зрения проверки знаний в данный момент для данного студента, основываясь на полученных предыдущих ответах. (Desmarais & Pu, 2005) Данный вид тестов позволяет не только понять индивидуальные пробелы студента в базовом образовании, но и изъяны учебного курса в целом, что в будущем помогает преподавателям совершенствовать структуру преподаваемого предмета.

Новый вопрос теста выбирается на основе IRT по следующей формуле

$$P_i(\theta) = c_i + (1 - c_i)/(1 + e^{-Da_i(\theta - b_i)}), i = 1 \dots n$$

где n-тотальное количество вопросов, $P_i(\theta)$ определяет вероятность корректного ответа на вопрос i , как функцию от способности студента, обозначенную θ . Каждый вопрос зависит от трех параметров: сложность вопроса b_i , различие a_i и псевдоугадывание c_i . D – вектор масштабирования. θ в начале определяется как

случайная величина, но с каждым ответом на вопрос переопределяется. (Lilley, Barker & Britton, 2004; Matsuoka, 2006).

Традиционные тестирующие системы состоят из четырех компонент: модель области, студенческая модель, преподавательская модель и пользовательский интерфейс. Первая компонента описывает учебный план, который выбран конкретным студентом. Вторая компонента относится к информации о предыдущих знаниях студента. Третья компонента включает порядок преподавания частей курса или нетривиальные вопросы на понимание. Четвертая компонента отвечает за визуализацию и интерактивную часть среды.

В статье [3] (2010) Антал и Конкз разрабатывают систему тестирования «Интеллектуал», которая предназначена не для преподавателей, а для студентов с целью самооценивания и совершенствования знаний при подготовке к экзаменам. Однако преподаватели имеют доступ к результатам системы для того, чтобы следить за прогрессом конкретного студента.

Система включает в себя банк вопросов разных типов. Пусть N - количество тем. Тогда банк вопросов $Q = \cup_{i=1}^n Q_i = \{q_{ij} | i = 1 \dots N, j = 1 \dots n(i)\}$, где Q_i определяет количество вопросов, принадлежащих теме i с количеством вопросов $n(i)$.

Каждый вопрос относится к какой-либо теме и характеризуется сложностью $difficulty(q_k) = \{"Очень легкий", "Легкий", "Средний", "Сложный", "Очень сложный"\}$.

Всего система представляет четыре вида тестов: стандартный, практический, тест на объективные знания и персональный. Стандартные тесты создаются учителями и являются аналогом стандартных тестов в классе. Они включают вопросы по всем темам.

$$T_{standard} = \{q_k | q_k \in Q\}, T_{standard} \cap Q_i \neq \emptyset, i = 1 \dots N$$

Практические тесты необходимы для тренировки перед экзаменом. Студенты выбирают базовый, средний и продвинутый уровень теста.

$$T_{practice}^{elementary} = \{q_k | q_k \in Q, difficulty(q_k) \in \{"Очень легкий", "Легкий", "Средний", "Сложный", "Очень сложный"\}\}$$

Тесты на объективные знания предполагают выбор главы. Далее система задает случайные вопросы из выбранной темы. Количество вопросов nr фиксированное, но может быть изменено в настройках системы.

$$T_{objective\ wise\ i} = \{q_k | q_k \in Q_i, k \in 1 \dots nr\}, \quad i = 1 \dots N$$

Персональные тесты разрабатываются учителями. Существует две опции:

- выбор темы и сложности вопросов
- выбор вопросов вручную

Данные о студенте содержатся в форме результатов тестов в хронологическом порядке. Прогресс может быть измерен как по какой-либо части курса, так и по курсу в целом. Успех студента по конкретному курсу измеряется как

$$Performance_{topic} = \sum_{i=1}^l correct(q_i) * \frac{difficulty(q_i)}{\sum_{i=1}^l difficulty(q_i)}.$$

Где $correct(q_i)$ обозначает правильность ответа на вопрос q_i , это бинарная величина, а $difficulty(q_i)$ – вес каждого вопроса.

Система тестировалась во время сессии на курсе обучения объектно-ориентированному языку Java. Авторы анализируют поведение и предпочтения студентов во время экзамена в статье. 50% тестов было пройдено студентами в ночное время, что неудивительно, поскольку в современном мире продуктивность многих студентов наиболее высока именно в темное время суток. Авторы получили множество одобрительных откликов в связи с тем, что студенты были вольны выбирать стиль теста. Это позволяло им демонстрировать свои знания самым эффективным способом в соответствии с личными предпочтениями. Кроме того, тестирующая система открыла новые возможности для преподавателей, поскольку они могли предсказывать исход экзамена на основе имевшегося доступа к результатам тестирований системы.

Существенным улучшением системы может быть связь ее результатов с оценкой за курс или какую-то его часть. Предложенная система тестировалась в условиях, когда студенты знали что участвуют в эксперименте. Однако в жизни данный полезный инструмент использовался бы только отличниками и способными студентами, которые и так демонстрируют высокий уровень знаний. Если же доработать систему и сделать ее использование обязательным, то это может также улучшить оценки и уровень знаний слабых и средних по успеваемости студентов.

Также некоторые исследователи интересуются проблемой зависимости страха при написании теста и личных образовательных стратегий от формы тестирования и преподавательских методик. К примеру, Биренбаум в своей работе [5] исследует данную проблему для четырех видов студентов, определяющихся высоким или низким уровнем страха при тестировании и знаний в стандартных учебных ситуациях. Исследование основывается на опросе студентов в конце каждого курса относительно манеры преподавания.

С помощью корреляционного анализа автор показал, что студенты предпочитают выбирать типы тестов, с минимальной неопределенностью и задействованием памяти, а именно multiple-choice (MC). Данная форма теста считается более четкой, справедливой и невитиеватой, в отличие от вопросов со свободной формой записи ответа. Однако

результаты исследования показали, что именно вопросы со свободной формой записи ответов позволяют выявить реальные знания студента в полной мере.

Повышенный страх замечен у студентов, которые занимаются эффективно в классе, однако сталкиваются с проблемой демонстрации знаний на оценку. Другой тип – это студенты, неуверенные в том, что они пишут и показывающие средние результаты во время семестра. Автор предлагает индивидуальный подход к каждому студенту на основе его/ее предпочтений в тестировании для того, чтобы страх не мешал обучающемуся продемонстрировать реальные знания.

Интересны исследования в области выбора способа тестирования: онлайн или оффлайн. Возможно несколько вариантов: обучение студентов в классе, тестирование студентов в компьютерном классе; обучение студентов онлайн, но тестирование студентов письменно в классе etc. В последние годы было представлено несколько новых форматов тестирования (Calis_kan & Kas_ıkcı, 2010; O'Donovan, Price, & Rust, 2004).

Главной особенностью является то, что традиционные методы проверки знаний (самостоятельная работа, контрольные работы, экзамен) сильно изменились с развитием информационных и коммуникативных технологий.²⁴ Студенты решают задания коллективно на различных тематических форумах, в социальных сетях, проходят онлайн-опросники для оценки своих способностей, учат материал в метро с помощью приложений, созданных в игровой форме. В связи с этим тестирующие системы должны позволять студентам не только получать оценку своих способностей, но и оценку прогресса в изучаемом предмете. Эти данные можно получить с помощью ИСТ, когда студенты в течение всего курса проделывают большую самостоятельную работу, результаты которой хранятся в системе.

Гарсиа et в своей статье [17] (2014) задаются целью определить тестирующую среду, которая позволяет лучшим образом узнать уровень студента по двум предметам: “Управление предприятием” и “Менеджмент”.

Для выбора лучшего тестирующего формата, определяющего уровень знаний студента, была разработана модель, основанная на измерении индекса энтропии (Шеннон, 1948). Далее авторы вычисляют корреляцию между оценками, полученными студентами в течение семестра, и оценкой за финальный экзамен.

До проведения любого тестирования рассматриваются n студентов, имеющих, по мнению авторов, равные возможности на получение какой-либо оценки. Другими словами, неопределенность компетенций студентов имеет максимальное значение. Ситуация была обоснована с помощью принципа индифферентности Лапласа, согласно

²⁴ Information and Communication Technologies (ICTs)

которому наилучшим распределением компетенций студентов является равномерное. После проведения первого теста ситуация меняется и учитель уже имеет некоторое представление о знаниях студента. Для вычисления уменьшения неопределенности знания учителя использовался информационный индекс. Пусть имеется распределение вероятностей p_1, \dots, p_n , $P > 0, \sum(p) = 1$ тогда энтропия Шеннона вычисляется как $H_s(P) = H_s(p_1, \dots, p_n) = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i$. Нормализованная величина измеряет энтропию после каждого теста или работы, то есть измеряет уменьшение неопределенности знаний учителя на протяжении всего курса.

Для тестирования модели были взяты результаты студентов за последний семестр, около 100 студентов принимали участие. Было показано, что наличие финального экзамена по курсу увеличивало знания студентов, поскольку обучающиеся готовились к нему с усердием, повторяя весь пройденный материал. Также было установлено, что один метод тестирования недостаточен для определения компетенций студента, необходимо комбинировать методы. Кроме того, было получено, что контрольные работы в течение курса, а также обратная связь преподавателя положительно влияют на достижения студента. Работа также позволяет задуматься о том, как удержать студента после того, как первый тест был написан им плохо, то есть каким образом можно вернуть интерес к предмету.

Статья рассматривает базовые вопросы области. Многие выводы, полученные в работе, интуитивно понятны. Однако работа открывает новые перспективы для будущих исследователей.

Итак, область персонализации образования за последние десять лет включала работы с разными математическими подходами. Ранние работы, как правило, основываются на нечетких множествах, которые способны моделировать неточности и неопределенности, из которых, состоит процесс обучения. Затем наиболее популярны стали количественные методы, основанные на схемах. Авторы, использующие в работе метод схем, основываются на том, что студент обладает хоть какими-то знаниями в области. Модель знаний студента сверяется с экспертной моделью знаний и цель преподавателя – приблизить уровень знаний студента к экспертному уровню. Также большой класс работ основан на стереотипах. Цель – кластеризация всех пользователей образовательной системы на группы на основе их характеристик. Решением задачи обычно является определение студента в одну из заранее выделенных групп (стереотипов). Затем много исследователей описывали в статьях модели, основанные на возмущениях, которые являются расширением моделей, основанных на схемах, по средствам учета моделирования отдельных частей курса, непонятных конкретному

студенту. Техники машинного обучения в последнее время все чаще используются в области моделирования персонализации образования. Наиболее популярные работы решают задачу определения стиля обучения или предпочтений в сравнении с другими студентами. Наконец, в последние годы в области преобладают работы, основанные на байесовских сетях и онтологиях, которые расширяют возможности моделирования процесса обучения. [12]

Стоит заметить, что наилучшие результаты решения задач в области образования получаются у исследователей при использовании гибридных моделей, то есть основывающихся на комбинировании нескольких методов математического моделирования.

2.4 Проблемы использования систем поддержки принятия решений по оптимизации учебного процесса и направления исследований в этой области

На основе выполненного обзора существующих подходов к математическому моделированию учебных процессов можно сделать вывод, что главной проблемой систем поддержки принятия решений со стороны студента и администрации университета является объективность в системах рекомендаций. В ситуациях, когда речь идет о конкретно взятом студенте или университете со своими особенностями необходимо учитывать их, а не мнения других людей при моделировании рекомендации решений по оптимизации учебного процесса. В последние годы этот тренд активно развивается, но в большинстве тем исследователи только «нащупывают» нужный подход.

Так, крупнейшие мировые университеты сегодня переходят от ситуации, когда преподаватели из года в год преподносят материал единым образом, разрабатывая курс в соответствии с преподавательским видением, к стратегии, когда преподаватели опрашивают студентов и на основе полученных отзывов комбинируют новый курс для следующих потоков студентов. Это является чрезвычайно важным, поскольку удовлетворенность студента влияет на пребывание в университете, а, следовательно, и на дальнейшие перспективы получения университетом государственного или частного финансирования.

Персонализированный подход необходим в случае выбора студентом оптимального набора курсов для изучения. Отсутствие понимания студентом, насколько велики его шансы успешно окончить выбранный курс, каковы вероятности получить ту или иную оценку при учете существующего багажа знаний ведет к бессмысленной трате времени. Современные системы образования предлагают студенту настолько обширный образовательный выбор, что самостоятельное нахождение оптимального решения задачи

выбора курсов становится невозможным. Задачу необходимо компьютеризировать, иначе целое поколение студентов, переполненное выбором, делают неосознанный выбор, сталкиваясь с разрушением ожиданий относительно курса, невозможностью продолжения обучения и отдаления от индивидуального пути развития.

Профессор MIT и профессор Малайзийского университета, в свою очередь, представили работу [25] (2014), демонстрирующую необходимость развития MOOC. В статье описывается проект по разработке онлайн-курса «Предпринимательство», который был предложен студентам технических специальностей университета в Малайзии. Целью работы было выявить, насколько возможно использовать курсы MOOC для обучения навыкам, требующим совершенствования мышления, навыков коммуникации и решения кейсов.

Курс был представлен на основе платформы OpenLearning.com. Отличие данной платформы от остальных состоит в интересных возможностях: получение бейджей за успешное преодоление какой-либо части курса, начисление баллов в «копилку знаний», которые добавляются при положительном отклике сокурсников о работе студента и других. Также дружественный интерфейс онлайн-калькулятора прогресса по курсу мотивировал студентов не только продолжать обучение, но и заниматься продуктивно. По завершении курса основатели получили множество восторженных откликов, а высокие результаты по итоговому тесту показали, что обучение на курсе было высокоэффективным. Авторы уверены, что отличные результаты были получены благодаря интерактивности MOOC. Уровень удовлетворенности курсом был на самом высшем уровне что доказывает необходимость использования MOOC при обучении студентов в частных и государственных университетах.

Отсутствие инструментария для оптимального выбора курса обучения MOOC, несмотря на колоссальный набор возможностей, которыми обладают все образовательные онлайн-системы, является следующей актуальной проблемой.

За время написания диплома я была подписана на несколько курсов на базе разных онлайн-систем образования в том числе на курс профессора Высшей Школы Экономики Бориса Григорьевича Миркина “Основные принципы Анализа Данных”²⁵ на английском языке. Курс предлагает изучение теории и практики использования простых методов машинного обучения и анализа данных. Изучение сопровождалось тщательным анализом 1D и 2D данных. Предполагаемая загрузка по курсу составляла 6-8 часов в неделю. Однако, в случае непростого задания, литературы, представляемой в курсе, было

²⁵ Core principles in Data Anlysis <https://www.coursera.org/course/datan>

недостаточно и хотелось серьезно разобраться в части предмета, на что уходило намного больше планируемого времени.

Кроме того, Coursera предлагает три курса на выбор, которые схожи с рассматриваемым: курс университета Дьюка “Анализ данных и статистические заключения”, курс Парижской Высшей Нормальной Школы “Статистическая механика: алгоритмы и вычисления” и курс Школы Джона Хопкинса “Разведочный анализ данных”. Все эти курсы, исходя из описания, имеют примерно одинаковое содержание. Таким образом, когда студент видит три курса с похожими названиями от университетов и преподавателей, с которыми он одинаково не знаком, то выбор осуществляется случайным образом что неприемлемо в случае претензии на серьезную альтернативу традиционному образованию. Возможности онлайн-платформ позволяют выбрать онлайн-курс в соответствии с предпочтениями студента, что позволяет кастомизировать, а не запутывать процесс выбора.

К сожалению, несмотря на то, что тренд МООС стремительно развивается на протяжении последних 6 лет, до сих пор не существует никакого инструмента, позволяющего выбрать курс студенту. Подобный инструмент позволит современному образованию подняться на новый уровень, ведь студенты смогут не только выбирать путь развития как поступление в университет и посещение пар, но и как обучение в комфортной обстановке с доступом к Интернету и изучением того набора курсов, который отвечает их индивидуальным ожиданиям и целям.

Таким образом, как студенты, так и администрации университетов нуждаются в инструменте, позволяющем оптимизировать выбор учебного плана студента на основе индивидуальных особенностей студента. Данная система по поддержке принятия решений будет подробно описана в следующих двух главах.

ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО НАБОРА ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ КУРСОВ И КУРСОВ ПО ВЫБОРУ ДЛЯ СТУДЕНТА УНИВЕРСИТЕТА

3.1 Содержательная постановка задачи выбора оптимального набора курсов

В дипломной работе изучается одна из важнейших проблем организации взаимодействия студента университета с учебным процессом, определяемым ВУЗом через набор курсов для изучения. Сегодня студенты переполнены возможностями выбора своего индивидуального пути обучения. Современные университеты предлагают студентам изучать определенное установленное администрацией количество обязательных курсов, отвечающих за специальность студента; несколько курсов по

выбору из небольшого набора курсов, отвечающих за более глубокое изучение области, а также посещать общеуниверситетские факультативы, включающие занятия по самым разным тематикам. Кроме того, студенты могут выбрать неограниченное количество онлайн-курсов на базе любой удобной в использовании конкретному пользователю платформы. Поскольку тематика курсов варьируется от изучения стиля барокко до квантовой физики, а пройти все курсы физически невозможно, то перед конкретным пользователем стоит сложная задача того, какие курсы действительно необходимы ему для самореализации или учебы.

Каждый студент колледжа и университета остро нуждается в решении проблемы выбора оптимального набора курсов для изучения, которые соответствуют его/ее интересам, интеллектуальным возможностям и карьерным амбициям. Необходима разработка системы, позволяющей определить, какой набор обязательных курсов и курсов по выбору будет подходить конкретному студенту в соответствие с его уровнем подготовки, а также умением усваивать информацию.

3.2 Математическое моделирование процесса выбора набора курсов для студента университета

Моделирование процесса выбора учебного плана студента является оптимизационной задачей со множеством переменных и ограничениями, связанными со временем и организацией учебного процесса [5].

Пусть

nMC - количество обязательных курсов, $nMC \in \overline{20,50}$

$nCTC$ – количество категорий сложности заданий, $nCTC \in \overline{3,5}$

$nTNC$ –тотальное количество кредитов, которые должны быть набраны студентом университета в течение обучения для получения диплома об образовании, $nTNC \in \overline{100,200}$.

T – время, которое студент может потратить на обучение обязательным курсам и курсам по выбору, за весь период обучения, $T \in \overline{500,3000}$

$nSMC[i]$ –количество секций в обязательном курсе $i \in \overline{1, nMC}$

$nMEh[i]$ –количество обязательных заданий в обязательном курсе $i \in \overline{1, nMC}$

$nCMC[i]$ –количество кредитов, которые может получить студент при успешном завершении обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$MmHW[i, j]$ –количество домашних заданий в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$mHW1[i]$ –вес оценки за выполнение домашних заданий обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$mHW2[i, j]$ – вес оценки за выполнение домашних заданий в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$mHW3[i, j, s]$ – вес оценки за выполнение домашнего задания $s \in \overline{1, MmHW[l, j]}$ в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$mHW4[i, j, s, l]$ – вес оценки за выполнение домашнего задания $s \in \overline{1, MmHW[l, j]}$ сложности $l \in \overline{1, nCTC}$ в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$VmHW4[i, j, s, l]$ – ожидаемая оценка за выполнение домашнего задания $s \in \overline{1, MmHW[l, j]}$ сложности $l \in \overline{1, nCTC}$ в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

$tMHW[i, j, s, l]$ – время, необходимое для выполнения домашнего задания $s \in \overline{1, MmHW[l, j]}$ сложности $l \in \overline{1, nCTC}$ в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ обязательного курса $i \in \overline{1, nMC}$

Аналогично параметрам, объявленным выше для домашних заданий, определяются весовые параметры для дополнительных заданий. К примеру,

$tMAS[i, j, s, l]$ – время, необходимое для выполнения дополнительного задания $s \in \overline{1, MmAS[l, j]}$ сложности $l \in \overline{1, nMC}$ в секции $j \in \overline{1, nSMC[i]}$ курса по выбору $i \in \overline{1, nMC}$.

Пусть

$mEX1[i]$ – вес оценки за экзамен по обязательному курсу $i \in \overline{1, nMC}$

$Vm[i]$ – ожидаемая оценка по обязательному курсу $i \in \overline{1, nMC}$

Аналогично параметрам для обязательных курсов, объявленным выше, были объявлены параметры для курса по выбору $i \in \overline{1, nEC}$, где $nEC \in \overline{20, 50}$ – количество курсов по выбору. К примеру,

$eEX1[i]$ – вес оценки за экзамен по курсу по выбору $i \in \overline{1, nEC}$

$VeHW4[i, j, s, l]$ – ожидаемая оценка за выполнение домашней работы $s \in \overline{1, MeHW[l, j]}$ сложности $l \in \overline{1, nCTC}$ в секции $j \in \overline{1, nSEC[i]}$ курса по выбору $i \in \overline{1, nEC}$.

Также для формулировки задачи оптимизации набора курсов по выбору добавляется параметр

$sEC[I]$ – множество курсов по выбору, которые должны быть пройдены студентом, перед взятием курса по выбору $I \in \overline{1, nEC}$, $|sEC[I]| \in \overline{3, 5}$

Промежутки значений элементов описанных выше временных массивов:

$$1) \quad 2 \leq tMHW[i, s] \leq 8, \quad i \in \overline{1, nMC}$$

$$2) \quad 2 \leq tEHW[i, s] \leq 8, \quad i \in \overline{1, nEC}$$

Описанные выше весовые параметры являются положительными числами, удовлетворяющими следующим ограничениям:

$$1) \quad \sum_{i=1}^{nMC[i]} mHW1[i, j] = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n_{SMC}[i]} mHW2[i, j] = 1, i \in \overline{1, n_{MC}}$$

$$\sum_{s=1}^{M_{mHW}[i, j]} mHW3[i, j, s] = 1, i \in \overline{1, n_{MC}}, j \in \overline{1, n_{SMC}[i]}$$

$$\sum_{l=1}^{n_{CTC}} mHW4[i, j, s, l] = 1, i \in \overline{1, n_{MC}}, j \in \overline{1, n_{SMC}[i]}, s \in \overline{1, M_{mHW}[i, j]}$$

$$2) \quad mHW1[i] + mAS1[i] + mEX1[i] = 1, i \in \overline{1, n_{MC}}$$

$$eHW1[i] + eAS1[i] + eEX1[i] = 1, i \in \overline{1, n_{EC}}$$

Все перечисленные параметры являются входными данными для задачи отыскания оптимального набора курсов для студента университета.

Пусть

- $y_{MHW}[i, s] =$

$$\begin{cases} 1, & \text{если домашнее задание } s \text{ по обязательному курсу } i \text{ было выполнено} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases},$$

$$i \in \overline{1, n_{MC}}$$

- $y_{EHW}[i, s] = \begin{cases} 1, & \text{если домашнее задание } s \text{ по курсу по выбору } i \text{ было выполнено} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases},$

$$i \in \overline{1, n_{EC}}$$

- $y_{MAS}[i, s] =$

$$\begin{cases} 1, & \text{если дополнительное задание } s \text{ по обязательному курсу } i \text{ было выполнено} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases},$$

$$i \in \overline{1, n_{MC}}$$

- $y_{EAS}[i, s] =$

$$\begin{cases} 1, & \text{если дополнительное задание } s \text{ по курсу по выбору } i \text{ было выполнено} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases},$$

$$i \in \overline{1, n_{EC}}$$

- $x_E[i] = \begin{cases} 1, & \text{если курс по выбору } i \text{ включен студентом в учебный план} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, i \in$

$$\overline{1, n_{EC}}$$

– бинарные переменные задачи.

3.3 Формирование системы ограничений для решения задачи нахождения оптимального набора курсов для студента университета.

1) Если курс по выбору i не выбран, то в учебный план не включаются никакие из домашних и дополнительных заданий, которые могут выполняться в рамках изучения этого курса. Ниже пример ограничения для домашних заданий:

$$y_{EHW}[i, j, s, l] \leq x_E[i], i \in \overline{1, n_{EC}}, j \in \overline{1, n_{SEC}[i]}, s \in \overline{1, M_{eHW}[i, j]}, l \in \overline{1, n_{CTC}}$$

2) Если курс по выбору i выбран, то в учебный план входит как минимум одно домашнее и одно дополнительное задание любой сложности. Ниже пример ограничения для дополнительных заданий:

$$\sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{s=1}^{MeAS[i,j]} yEAS[i, j, s, l] \geq xE[i], i \in \overline{1, nEC}, j \in \overline{1, nSEC[l]}$$

3) Если обязательный курс или курс по выбору включен в учебный план, то в каждой секции курса домашние и дополнительные задания более сложного уровня сложности не могут быть включены в учебный план, если задания более легкого уровня сложности не были выполнены. Ниже пример ограничения для домашних заданий обязательного курса:

$$yMHW[i, j, s, l] \leq yMHW[i, j, s, L] \forall L < l, l, L \in \overline{1, nCTC}, i \in \overline{1, nMC}, j \in \overline{1, nSMC[i]}, s \in \overline{1, MmHW[l, j]}$$

4) а. Студент обязан выполнить определенное количество домашних и дополнительных заданий, предусмотренных каждым обязательным курсом i .

$$\sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmHW[i,j]} yMHW[i, j, s, l] + \sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmAS[i,j]} yMAS[i, j, s, l] \geq nMEx[i], i \in \overline{1, nMC}$$

б. Если курс по выбору I включен в учебный план, то студент обязан выполнить определенное количество домашних и дополнительных заданий, предусмотренных каждым курсом по выбору i .

$$\sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeHW[i,j]} yEHW[i, j, s, l] + \sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeAS[i,j]} yEAS[i, j, s, l] \geq nEEx[i] xE[i], i \in \overline{1, nEC}$$

5) Для каждого обязательного курса и курса по выбору i , включенного в учебный план, задания из секции J не могут быть включены в учебный план, если задания из секции, предшествующей J , не были включены в учебный план. Ниже пример для дополнительных заданий обязательных курсов:

$$yMAS[i, J, S, L] \leq \sum_{s=1}^{MmAS[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} yMAS[i, j, s, l], i \in \overline{1, nMC}, j, J \in \overline{1, nSMC[l]}, j < J, s, S \in \overline{1, MmAS[l, j]}, l, L \in \overline{1, nCTC}$$

б) Итоговое число кредитов, которые может получить студент за время обучения, не может быть меньше, чем минимальное их число, установленное администрацией университета.

$$\sum_{i=1}^{nMC} nCMC[i] + \sum_{i=1}^{nEC} xE[i]nCEC[i] \geq nTNC$$

7) Время, необходимое для выполнения всех выбранных студентом для выполнения домашних и дополнительных заданий всех обязательных курсов и всех курсов по выбору, не может превышать время, которое может быть потрачено студентом на обучение в университете.

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{i=1}^{nMC} \sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmHW[i,j]} tMHW[i,j,s,l] yMHW[i,j,s,l] \\ & + \sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{i=1}^{nMC} \sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmAS[i,j]} tMAS[i,j,s,l] yMAS[i,j,s,l] \\ & + \sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{i=1}^{nEC} \sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeHW[i,j]} tEHW[i,j,s,l] yEHW[i,j,s,l] \\ & + \sum_{l=1}^{nCTC} \sum_{i=1}^{nEC} \sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MmAS[i,j]} tEAS[i,j,s,l] yEAS[i,j,s,l] \leq T \end{aligned}$$

8) В учебный план студента не может быть включен курс i по выбору, если до этого студент не прошел курсы, прохождение которых обязательно для изучения курса i . К примеру, студенту не имеет смысла изучать «Системный анализ», если до этого студент не был знаком с «Линейной алгеброй» или «Методами исследования операций».

$$xE[i] \geq xE[I], i \in sEC[I], i, I \in \overline{1, nEC}, I \neq i$$

Следующие предположения представляются естественными:

Предположение 1. Оценки за успешное выполнение контрольных работ, домашних заданий каждой части курса и за успешную сдачу финального экзамена являются независимыми дискретными случайными величинами с заданными распределениями вероятностей.

Предположение 2. Оценки за выполнение заданий разного уровня сложности являются независимыми дискретными случайными величинами с известными функциями распределения.

Предположение 3. Ожидаемая оценка за экзамен по каждому курсу зависит от кумулятивной оценки, набранной за курс.

Предположение 4. Количество уровней сложности является одинаковым для всех курсов.

3.4 Формулировка задачи оптимизации набора курсов для студента университета

В терминах описанной в предыдущем пункте модели введем следующие обозначения:

$$aMHW4[i, j, s, l] = VmHW4[i, j, s, l]mHW4[i, j, s, l]mHW3[i, j, s]mHW2[i, j]mHW1[i]$$

$$aMAS4[i, j, s, l] = VmAS4[i, j, s, l]mAS4[i, j, s, l]mAS3[i, j, s]mAS2[i, j]mAS1[i]$$

$$aEHW4[i, j, s, l] = VeHW4[i, j, s, l]eHW4[i, j, s, l]eHW3[i, j, s]eHW2[i, j]eHW1[i]$$

$$aEAS4[i, j, s, l] = VeAS4[i, j, s, l]eAS4[i, j, s, l]eAS3[i, j, s]eAS2[i, j]mAS1[i]$$

Целью студента является максимизация своего кумулятивного рейтинга, который в Высшей Школе Экономики и большинстве мировых ВУЗов вычисляется путем перемножения количества кредитов за предмет и полученной студентом оценки за соответствующий предмет. Ожидаемые результирующие оценки по курсу в модели вычисляются как выпуклые функции, основывающиеся на выполненных домашних и дополнительных заданиях. Это требует отыскания максимума следующей целевой функции:

$$\sum_{i=1}^{nMC}]Vm[i][nCMC[i] + \sum_{i=1}^{nEC}]Ve[i][xE[i]nCEC[i] \rightarrow max$$

, где за результирующую оценку по обязательному курсу i взята величина

$$\begin{aligned} Vm[i] = & \left(\sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmHW[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aMHW4[i, j, s, l]yMHW[i, j, s, l] \right. \\ & + \sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmAS[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aMAS4[i, j, s, l]yMAS[i, j, s, l] + 1) mEX1[i] \\ & + \left(\sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmHW[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aMHW4[i, j, s, l]yMHW[i, j, s, l] \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^{nSMC[i]} \sum_{s=1}^{MmAS[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aMAS4[i, j, s, l]yMAS4[i, j, s, l] \right) (1 - mEX1[i]) \end{aligned}$$

, за результирующую оценку по курсу по выбору i взята величина

$$\begin{aligned}
Ve[i] = & \left(\sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeHW[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aEHW4[i, j, s, l] yEHW[i, j, s, l]^* \right. \\
& + \sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeAS[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aEAS4[i, j, s, l] yEAS[i, j, s, l]^* + 1) eEX1[i] \\
& + \left(\sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeHW[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aEHW4[i, j, s, l] yEHW[i, j, s, l]^* \right. \\
& \left. + \sum_{j=1}^{nSEC[i]} \sum_{s=1}^{MeAS[i,j]} \sum_{l=1}^{nCTC} aEAS4[i, j, s, l] yEAS[i, j, s, l]^* \right) (1 - eEX1[i])
\end{aligned}$$

и $]a[$ - целая часть числа a .

Тогда $yMHW[i, s]^*$, $yEHW[i, s]^*$ являются оптимальными решениями задачи.

3.5. О методах решения задачи оптимизации набора курсов студента университета

Задача была решена в программном пакете MILP (Mixed Integer Linear Programming), который обеспечивает решение задач смешанного целочисленного линейного программирования (СЦЛП) по средствам реализации метода ветвей и границ для линейного программирования.

Стандартная задача смешанного целочисленного линейного программирования выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \min c^T x \\
& Ax \{ \leq, =, \geq \} b \quad (\text{MILP}) \\
& l \leq x \leq u \\
& x_i \in \mathbb{Z} \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned}$$

, где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор переменных

$A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$ – матрица технических коэффициентов

$c \in \mathbb{Q}^n$ – вектор коэффициентов целевой функции.

$b \in \mathbb{Q}^m$ – вектор правых ограничений

$l \in \mathbb{Q}^n$ – вектор нижних ограничений переменных

$u \in \mathbb{Q}^n$ – вектор верхних ограничений переменных

\mathcal{I} – непустое подмножество множества индексов $\{1, \dots, n\}$

Метод ветвей и границ основан на принципе «разделяй и властвуй»: большая задача решается путем решения меньших задач. В начале решения необходимо избавиться от целочисленных ограничений, получив так называемую ЛП-

релаксированную задачу исходной СЦЛП-задачи, которую уже можно решить. Если решение удовлетворяет целочисленным ограничениям, то исходная задача успешно решена, и решение является оптимальным для исходной СЦЛП-задачи. Если нет, тогда выбирается какая-нибудь переменная, которая имеет целочисленные ограничения, но ее значение в задаче ЛП-релаксации дробное. К примеру, есть переменная x и ее ЛП-релаксационное значение 5.7. Тогда это значение может быть исключено, но вводятся ограничения $x \leq 5.0$ и $x \geq 6.0$. Другими словами, если исходная СЛП-задача обозначена P_0 , тогда теперь ее можно заменить на две более простых задачи P_1 , где $x \leq 5.0$ и P_2 , где $x \geq 6.0$. Переменная x тогда называется ответвленной переменной.

Очевидно, что, если можно вычислить оптимальные решения задач P_1 и P_2 , то можно взять лучшее из этих решений, и оно будет оптимальным для исходной задачи P_0 . Та же идея применяется к задачам P_1 и P_2 : решаются соответствующие ЛП-релаксации и при необходимости выбираются ответвленные переменные. Так строится дерево поиска. СЛП-задачи, полученные процедурой поиска, называются узлами дерева с корнем дерева P_0 . Узлы, которые не сталкивались с процедурой ответвления, называются листьями дерева. Исходная задача решена тогда, когда все листья дерева могут быть решены.

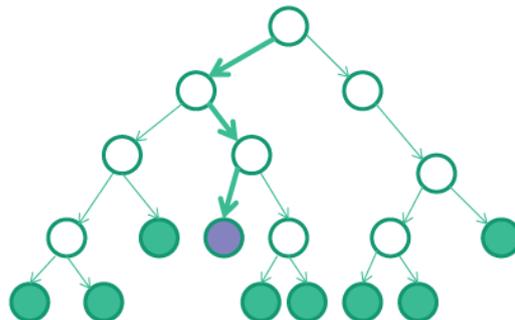


Рисунок 3.5.1. Метод ветвей и границ.

Допустим, что цель – минимизировать целевую функцию, и было получено решение ЛП-релаксации какого-нибудь узла в дереве поиска. Если в этом узле выполняются все условия целочисленных ограничений исходной СЛП-задачи, значит это решение исходной СЛП. Такой узел называется фиксированным, то есть это перманентный лист дерева.

Наилучшее найденное целочисленное решение называется допустимым решением задачи. В начале поиска допустимых решений нет. Если найденное целочисленное решение имеет лучшее значение целевой функции, чем допустимое (или если допустимого решения нет), то решение и значение его целевой функции записывается как допустимое.

Существуют два других пути нахождения решений. Во-первых, может быть так, что ветвь, которая ведет к текущему узлу, имела ограничение, которое предотвращало нахождение ЛП-релаксационного решения. Во-вторых, оптимальное релаксированное решение может быть найдено, но значение его целевой функции может оказаться больше чем у текущего допустимого решения. В таком случае данное решение считается новым решением.

Стоит заметить, что как только появляется допустимое решение исходной СЛП-задачи минимизации, то значение его целевой функции становится верхней границей для оптимального решения СЛП-задачи. Кроме того, имеется нижнее ограничение, которое получается путем взятия минимума оптимальных значений целевых функций всех существующих узлов. Наконец, оптимальность достигается тогда, когда разница между верхней и нижней границей равна нулю.

3.6. О подготовке данных для расчета параметров модели по имеющимся статистическим данным и результатам тестирования конкретного студента

В терминах описанной выше модели были сгенерированы массивы описанных в первой секции параметров для каждого слабого, среднего и сильного студента. Количество секций было константой для всех курсов, а количество заданий в каждой секции выбиралось случайным образом. В таблице представлен пример данных для дополнительных заданий курса по выбору для сильного студента с общим временем $T = 2000$ и количеством кредитов $nTNC = 200$.

Таблица 3.6.1.

№ курса	№ секции	№ задания	Сложность задания	Вес оценки	Время на выполнение задания	Число обязательных заданий	Ожидаемая оценка	Количество кредитов	Курсы, которые должны быть пройдены
1	1	1	1	0.3	3	2	8	3	3, 7
1	1	1	2	0.7	3	1	8		3, 7
1	1	1	3	0.4	3	2	10		3, 7
1	1	2	1	0.3	3	1	7		3, 7
1	1	2	2	0.6	4	2	10		3, 7
1	1	2	3	0.3	2	1	7		3, 7
.
.
.
20	3	1	1	0.5	3	2	8	6	9, 19
20	3	1	2	0.5	3	2	9		9, 19
20	3	1	3	0.6	4	2	10		9, 19
20	3	2	1	0.4	3	1	10		9, 19
20	3	2	2	0.7	4	2	8		9, 19
20	3	2	3	0.4	2	1	8		9, 19

Всего было сгенерировано 123 массива параметров для всех типов студентов с учетом индивидуальных особенностей и приближенным к реальности распределением уровней сложности, кредитов за курс (1 кредитная единица равняется примерно 36 ак. часам), весов за экзамен, каждое домашнее и дополнительное задание, а также времени, которое студент может потратить на выполнение каждого из них. Генерация данных была реализована программным путем на базе программной среды MATLAB R2010a и требовала бесперебойной работы трех программ.

При последующем решении задачи по средствам программного пакета MILP было выявлено, что задача является NP-сложной. Для получения решения задачи за адекватное время необходимо внести некоторые изменения в модель, что является темой для отдельной статьи, подробности которой я, к сожалению, не могу описывать без согласия всех авторов.

Для демонстрации работы модели в дипломной работе был сгенерирован пример, имитирующий реальные данные, без дополнительных заданий, разделения курсов по секциям, а заданий по уровням сложности.

Пусть

$$n_{MC} = 30$$

$$n_{EC} = 20$$

$$n_{MEx1}[i] \in \{4,5\}, \forall i \in \overline{1, n_{MC}}$$

$$n_{EEEx1}[i] \in \{2,4\}, \forall i \in \overline{1, n_{EC}}$$

$$n_{CMC1}[i] \in \{3,4,5,6\}, \forall i \in \overline{1, n_{MC}}$$

$$n_{CEC1}[i] \in \{2,3,4,5\}, \forall i \in \overline{1, n_{EC}}$$

$$s_{EC1}[1] = \{3,7\}, s_{EC1}[2] = \{4,9\}, s_{EC1}[3] = \{11,18,19\}, s_{EC1}[4] = \{1,5,9,13\},$$

$$s_{EC1}[5] = \{1,3,6\}, s_{EC1}[6] = \{2\}, s_{EC1}[7] = \{3,10\}, s_{EC1}[8] = \{3,7\}, s_{EC1}[9] = \{2,4\},$$

$$s_{EC1}[10] = \{3, 11, 18, 19\}, s_{EC1}[11] = \{1,2,3\}, s_{EC1}[12] = \{3,9\}, s_{EC1}[13] = \{2,9\},$$

$$s_{EC1}[14] = \{3,18\}, s_{EC1}[15] = \{2,19\}, s_{EC1}[15] = \{17,19\}, s_{EC1}[17] = \{11,12\},$$

$$s_{EC1}[18] = \{14\}, s_{EC1}[19] = \{12,15\}, s_{EC1}[20] = \{9,19\}$$

$$m_{HW2}[i, s] \in [0.25, 0.2, 1/6]$$

$$m_{HW1}[i] = 0.5, m_{EX1}[i] = 0.5$$

$$e_{HW2}[i, s] \in [1/3, 0.25, 0.2]$$

$$e_{HW1}[i] = 0.5, e_{EX1}[i] = 0.5$$

$$M_{mHW1}[i] = \{4,5,6\}, \forall i \in \overline{1, n_{MC}}$$

$$M_{eHW1}[i] = \{3,4,5\}, \forall i \in \overline{1, n_{EC}}$$

Для «слабого» студента:

$$tMHW2[i, s] \in \{4,5,6,7,8\}, VmHW2[i, s] \in \{4,5\},$$

$$i \in \overline{1, nMC}, s \in \overline{1, MmHW1[i]}$$

$$tEHW2 \in \{4,5,6,7,8\}, VeHW2[i, s] \in \{4,5\},$$

$$i \in \overline{1, nEC}, s \in \overline{1, MeHW1[i]}$$

Для «среднего» студента:

$$tMHW2[i, s] \in \{3,4,5,6\}, VmHW2[i, s] \in \{5,6,7\},$$

$$i \in \overline{1, nMC}, s \in \overline{1, MmHW1[i]}$$

$$tEHW2 \in \{3,4,5,6\}, VeHW2[i, s] \in \{5,6,7\},$$

$$i \in \overline{1, nEC}, s \in \overline{1, MeHW1[i]}$$

Для «сильного» студента:

$$tMHW2[i, s] \in \{2,3,4\}, VmHW2[i, s] \in \{7,8,9,10\},$$

$$i \in \overline{1, nMC}, s \in \overline{1, MmHW1[i]}$$

$$tEHW2 \in \{2,3,4\}, VeHW2[i, s] \in \{7,8,9,10\},$$

$$i \in \overline{1, nEC}, s \in \overline{1, MeHW1[i]}$$

Стоит заметить, что пример полностью сохраняет главную идею модели. Проверим сгенерированные данные на удовлетворенность ограничениям, подробно описанным в главе 3.3:

$$1) \begin{matrix} mHW1[i] + mEX1[i] = 1, i \in \overline{1, nMC} \\ eHW1[i] + eEX1[i] = 1, i \in \overline{1, nEC} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 0.5 + 0.5 = 1 \\ 0.5 + 0.5 = 1 \end{matrix}$$

2) Итоговое число кредитов, заработанных за время обучения, не может быть меньше, чем минимальное установленное администрацией университета число.

$$\sum_{i=1}^{nMC} nCMC1[i] + \sum_{i=1}^{nEC} xE1[i]nCEC1[i] \geq nTNC$$

$$139 + 81 \geq 190; 220 \geq 190$$

3) Время, необходимое для выполнения всех упражнений обязательного курса и курса по выбору, не может превышать время, которое может быть потрачено студентом на обучение в университете.

$$\sum_{i=1}^{nMC} \sum_{s=1}^{MmHW1[i]} tMHW2[i, s] yMHW2[i, s] + \sum_{i=1}^{nEC} \sum_{s=1}^{MeHW1[i]} tEHW2[i, s] yEHW2[i, s] \leq T$$

$$weak: 902 + 474 \leq 1400; 1376 \leq 1400$$

$$average: 709 + 365 \leq 1400; 1074 \leq 1400$$

$$strong: 467 + 235 \leq 1400; 702 \leq 1400$$

Результаты вычислений для сильного студента при $nTNC = 200, T = 590$ представлены на графике. Пример интересен тем, что студент выбирает все курсы по выбору, максимизируя свой рейтинг. Однако, поскольку в рассматриваемом примере имеют место жесткие временные ограничения, то студент получает не только высокие, но и низкие оценки (но не незачеты, поскольку студент является сильным). Решение оптимизационной задачи проиллюстрировано на графике ниже.

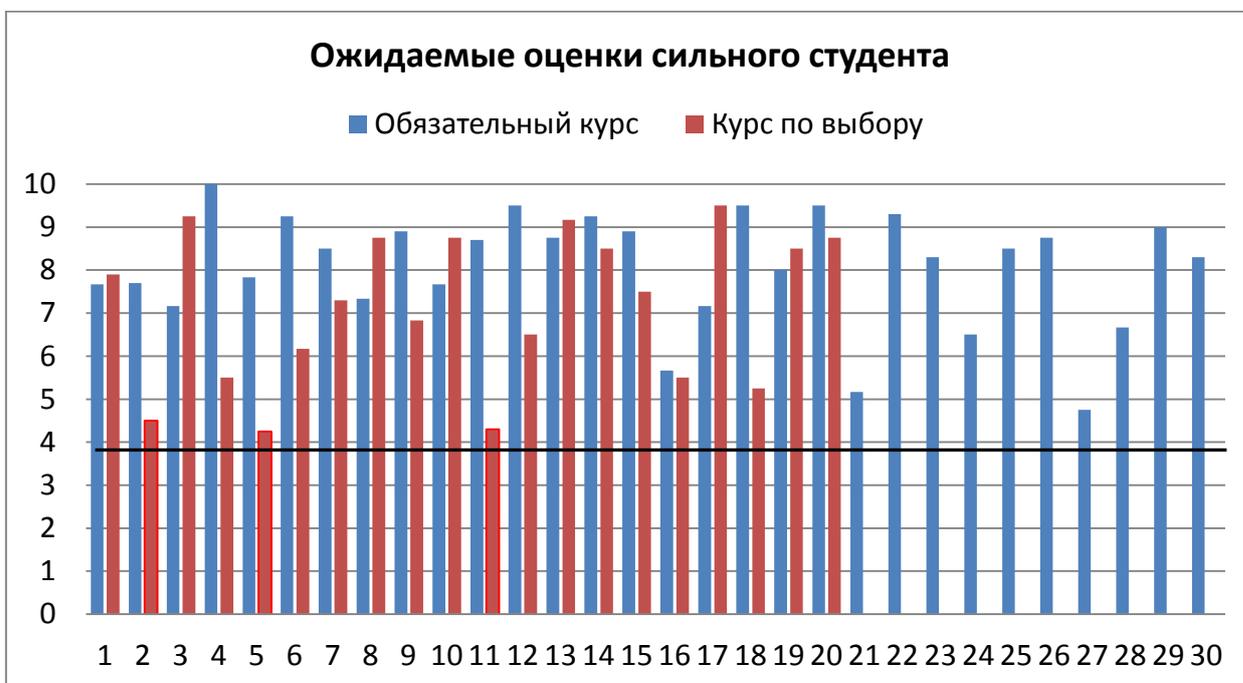


Рисунок 3.6.1. Визуализация ожидаемых оценок на основе данных Приложения 1.

Стоит заметить, что, если бы целью студента была максимизация средней оценки за период обучения, то ему можно было рекомендовать не брать курсы по выбору под номерами два, пять и одиннадцать, поскольку студент тратит на них время, но труд не приносит хороших или отличных результатов.

Результаты расчета следующего примера, а именно ситуации для среднего студента с $nTNC = 180, T = 1280$ представлены на графике ниже. Студент, максимизируя свой рейтинг, выполнил большее количество домашних заданий, чем то, которое было предусмотрено администрацией, по большинству обязательных курсов.

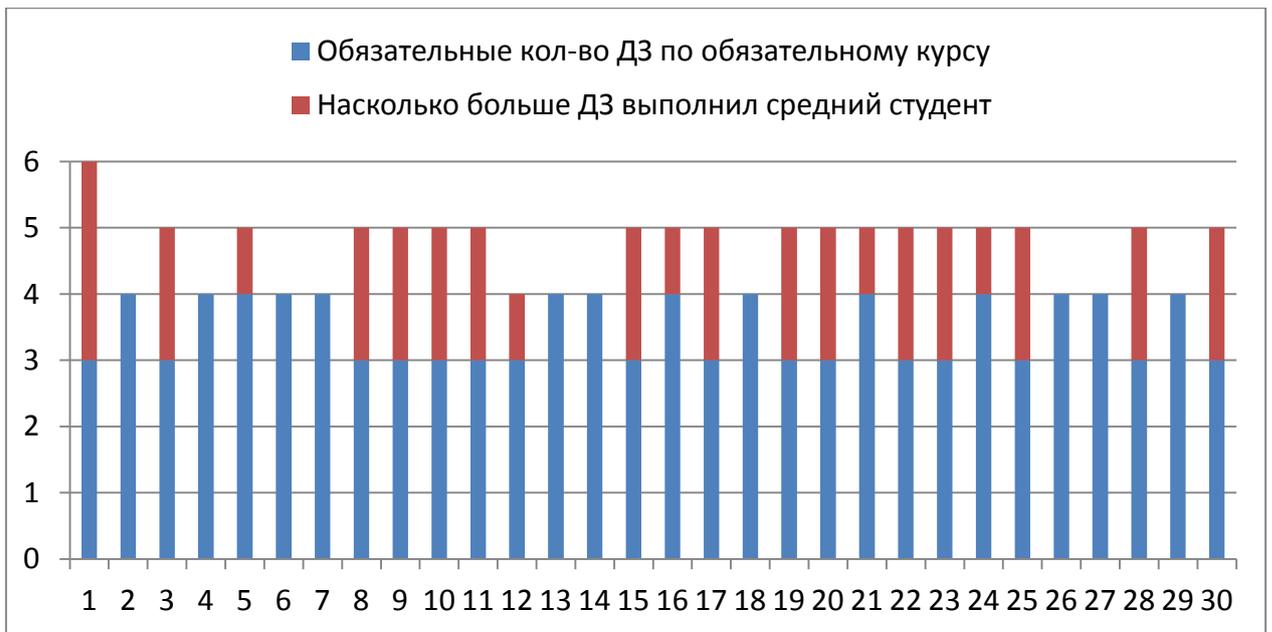


Рисунок 3.6.2. Визуализация полученных результатов для обязательных курсов на основе данных Приложения 2. Аналогичную ситуацию можно наблюдать в случае курсов по выбору.



Рисунок 3.6.3. Визуализация полученных результатов для курсов по выбору на основе данных Приложения 2.

Столь широкий выбор заданий для выполнения объясняется тем, что несмотря на то, что студент не обладает выдающимися способностями, у него есть вдвое больший запас времени, по сравнению с сильным студентом. В связи с этим студент будет делать максимум того, на что он способен, получив максимальный для себя рейтинг. Однако результаты показывают, что оценки студента варьируются от четырех до пяти. Альтернативный вариант предлагает взятие меньшего количества курсов по выбору для увеличения оценки по выбранным предметам.

ГЛАВА 4. СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛА СТУДЕНТА ПО ИЗУЧЕНИЮ ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ КУРСОВ И КУРСОВ ПО ВЫБОРУ, ИЗ КОТОРЫХ МОЖЕТ БЫТЬ СФОРМИРОВАН ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН СТУДЕНТА

4.1 Принцип построения системы тестирования студента для оценки его потенциала по изучению курсов

Входными данными в систему оценки потенциала студента является список вопросов, который составляется преподавателем каждого конкретного курса. Необходимо, чтобы вопросы были подобраны таким образом, чтобы ответы на них позволяли оценить реальную базу знаний студента для понимания того, сможет он успешно завершить выбираемый курс или нет.

Первым взаимодействием студента с тестирующей системой является прохождение теста для выявления индивидуальных способностей к успешному прохождению того или иного курса. Далее полученные из системы оценки данные передаются в математическую модель, на их основе составляется индивидуальный набор курсов для изучения. Это позволяет получать абсолютно персонализированный учебный план для каждого студента без оснований на мнениях других студентов или преподавателей.

На каждый вопрос i из списка из m вопросов, которыми характеризуется курс, предлагаемый конкретным преподавателем и университетом, преподаватель имеет множество из n эталонных ответов. [32] Каждому эталонному ответу соответствуют два вектора: вектор ожидаемых оценок за каждую секцию j курса i , которая может состоять из k домашних работ, покрывающих по крайней мере базовый уровень знаний курса, и вектор времени, которое студент может потратить на изучение домашних или дополнительных заданий для получения вышеупомянутых оценок. Финальная оценка по курсу складывается путем перемножения оценок за каждую деятельность, предполагаемую курсом, и соответствующего весового коэффициента.

4.2 Математическая формулировка задачи оценки потенциала студента

Предполагается, что каждый эталонный ответ на эталонный вопрос может быть измерен по количественной шкале. Для примера будет рассматриваться 10-балльная шкала. Тогда множество эталонных ответов n на эталонные вопросы m может быть представлено матрицей $P^{m \times n}$ со столбцами $j, p^j = (p_1^j, \dots, p_m^j)^T$. Элементы матрицы являются действительными числами.

Также предполагается, что a – вектор ответов студента на m эталонных вопросов может либо совпадать с одним из эталонных ответов, то есть с одним из столбцов матрицы $P^{m \times n}$, либо может быть измерен по той же количественной шкале, которая используется при измерении эталонных ответов. Тогда вектор $a^j = (a_1^j, \dots, a_m^j)^T$ может быть представлен как выпуклая комбинация описанных выше n эталонных ответов таким образом, что справедлива следующая система

$$\begin{cases} Px = a, x \geq 0 \\ \langle \epsilon, x \rangle = 1 \end{cases} \quad (1), \text{ где } \epsilon - \text{единичный вектор пространства } \mathbb{R}^n \text{ и}$$

выполняется неравенство $m \leq n - 1$.

Пусть $b^j = (b_1^j, \dots, b_k^j)^T$ – вектор ожидаемых оценок за выбранный курс, в случае, если ответ студента совпадет с эталонным ответом $j, j \in \overline{1, n}$.

Главным предположением является то, что результирующие оценки студента за выбранный курс полностью определяются вектором a ответов студента на эталонные вопросы. Другими словами, вектор ожидаемых оценок является выпуклой комбинацией векторов b^j с теми же коэффициентами, что вектор a является выпуклой комбинацией векторов p^j .

Отсюда вектор x^* является решением системы (1), вектор ожидаемых оценок по курсу определяется как Bx^* , где $B = (b^1, \dots, b^n)$ и компонента l вектора b^j – ожидаемая оценка студента за выполнение домашнего или дополнительного задания l курса i . Данные оценки затем суммируются с заранее известными весами $\gamma_l, l \in \overline{1, k}$ и справедливо равенство $\sum_{l=1}^k \gamma_l = 1$.

Похожее предположение касается времени, которое студент ожидает потратить на выполнение домашних и дополнительных работ курса. Тогда вектор времени вычисляется как Dx^* , где $D = (d^1, \dots, d^n)$ и компонента l вектора d^j – ожидаемое время студента на изучение домашнего или дополнительного задания, $l \in \overline{1, k}$. Элементы матрицы D используются при решении проблемы выбора оптимального набора курсов для студента университета, в которой имеет место ограничение студента по тотальному времени, которое он может потратить на обучение.

Наилучший и наихудший сценарии развития событий, основывающиеся на ответе студента, определяемым вектором a могут быть вычислены путем решения следующих двух задач линейного программирования:

$$\sum_{l=1}^k \langle (Bx)_l, \gamma_l \rangle \rightarrow \min_{x \in M} \quad (2)$$

и

$$\sum_{l=1}^k \langle (Bx)_l, \gamma_l \rangle \rightarrow \max_{x \in M} \quad (3)$$

где $M = \{x \in \mathbb{R}^n: Px = a, \langle \epsilon, x \rangle = 1\}$, и $(Bx)_l$ – компонента l вектора Bx .

Пусть x_{min} и x^{max} – решения описанных выше задач линейного программирования. Тогда студент может выбрать либо x_{min} , либо x^{max} и определить ожидаемую оценку по курсу как

$$\sum_{l=1}^k \langle (Bx_{min})_l, \gamma_l \rangle$$

или

$$\sum_{l=1}^k \langle (Bx^{max})_l, \gamma_l \rangle$$

или множеством $x^* = \frac{1}{2(x_{min} + x^{max})}$ и определить ожидаемую оценку курса как

$$\sum_{l=1}^k \langle (Bx^*)_l, \gamma_l \rangle$$

Стоит заметить, что все приближения ожидаемой оценки могут не являться целыми числами во всех рассмотренных случаях. В таком случае для определения оценки необходимо воспользоваться стандартной процедурой округления.

4.3 Использование стандартного программного обеспечения для решения задачи оценки потенциала и анализ результатов модельных расчетов

Для решения задача оценки потенциала студента была написана программа в среде MATLAB R2010a, которая реализует описанный в предыдущей главе алгоритм решения.

Ниже приведен пример расчета для студента с варьирующимися ожидаемыми оценками за выполнения заданий по каждой секции курса и достаточно большим количеством времени на выполнение каждого задания.

Пусть

$$p^1 = (6,7,7,8)^T, p^2 = (6,5,4,7)^T, p^3 = (5,7,4,6)^T, p^4 = (4,6,6,7)^T, p^5 = (5,5,7,6)^T,$$

$$a = (4,6,7,7)^T$$

$$b^1 = (6,6,7,8,7)^T, b^2 = (6,6,4,6,6)^T, b^3 = (4,6,5,7,6)^T, b^4 = (5,5,5,6,5)^T$$

$$b^5 = (4,4,6,7,5)^T$$

$$d^1 = (10,8,9,9,8)^T, d^2 = (8,9,10,8,9)^T, d^3 = (9,10,10,9,8)^T, d^4 = (8,8,9,9,10)^T$$

$$d^5 = (10,10,9,9,10)^T$$

$$\gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = 0.1, \gamma_3 = 0.3, \gamma_4 = 0.25, \gamma_5 = 0.15$$

Тогда, решая задачу по средствам программы, получаем, что вектор $x = (\frac{4}{29}, \frac{5}{29}, \frac{3}{29}, \frac{10}{29}, \frac{7}{29})$. Отсюда, решая ЛП-задачи (2) и (3) программным путем получаем, что ожидаемая оценка по курсу будет равна 5 (с учетом округления), а количество времени на выполнение всех заданий по курсу будет составлять 44 часа. Решение было получено за 0,6 секунд.

Отсюда можно сделать вывод, что студенту следует оценить способности по другим курсам прежде чем выбирать курс, рассмотренный в примере. Предложенный курс будет требовать много времени для изучения, но, в связи со сложностью материала, студенту едва удастся преодолеть минимальную зачетную оценку. Таким образом, несмотря на то, что из-за местами высоких оценок за отдельные задания курса подготовка студента для успешной сдачи курса может показаться хорошей, решение задачи показывает, что первое впечатление было обманчиво, и студенту лучше поискать альтернативные курсы для обучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дипломной работе была рассмотрена и решена проблема разработки оптимального учебного плана для студента университета. При формировании учебного плана учитывались как обязательные курсы, количество которых устанавливается администрацией университета, так и курсы по выбору или факультативы, которые выбираются студентом.

Для успешной самореализации и карьеры конкретному студенту необходимо понимать индивидуальное направление развития, что становится чрезвычайно трудно сделать среди множества вариантов обучения, предлагаемых каждым современным университетом. Кроме того, у каждого студента есть ограничения по времени, что усложняет навигацию обучающегося среди множества домашних, самостоятельных и контрольных работ. Предложенная система поддержки принятия решений для выбора оптимального набора курсов для изучения студентом при учете его индивидуальных особенностей учитывает сложившуюся на сегодняшний день ситуацию.

Результаты, полученные в дипломной работе, представляют интерес как для администраций университетов, так и для каждого конкретного студента. Эффективность модели для учебного процесса была продемонстрирована на примерах. Примеры показывают, что при наличии необходимых входных данных, система сможет оказать необходимую поддержку каждому студенту для принятия важного решения о выборе дальнейшего пути развития. Программа выдает решение за несколько секунд, что экономит время и повышает качество образования настоящих и будущих поколений студентов.

Стоит заметить, что, благодаря списку вопросов, которые предоставляются конкретным преподавателем, система помогает определять качество составления курса, а, следовательно, и работы преподавателей. Допустим, преподаватель дал на вход системе оценки список вопросов, который не отражает суть предмета, но максимизирует количество студентов, записавшихся к нему на курс. Однако предложенная система может быть использована одним и тем же студентом многократно. Очевидно, что после посещения первых лекций студент поймет, что был дезинформирован, поспешит отказаться от курса и выбрать новый оптимальный план обучения. В таком случае администрация университета заметит отток студентов с курса, который в начале года был чрезвычайно популярен. Таким образом, система позволяет выявить ситуации манипулирования, что совершенствует качество преподавания в университете.

Предложенная система является первой в своей области системой поддержки принятия решений, которая учитывает такие тонкости учебного процесса, как условия предшествования при выборе курсов по выбору, количество обязательных заданий в курсе и, что самое главное, – реальные знания студента, на основе которых происходит разработка учебного плана.

В будущем я планирую продолжать исследования на тему нахождения оптимального учебного плана студента по средствам совершенствования и расширения предложенной в дипломной работе системы поддержки принятия решений с учетом всех особенностей и возможностей, предлагаемых современными системами по онлайн-обучению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Медведева А., «Оптимизация набора и последовательности прохождения учебных курсов и контрольных тестов для достижения желаемого уровня высшего образования», НИУ ВШЭ, 2012.
- 2) Andrew, G. M., Collins, R., Matching faculty to course, College University, Vol.46, No.2, pp.83-89, 1971.
- 3) Antal, M., Koncz, S. Learner modeling for a web-based self-assessment system. Expert Systems with Applications, 38(6), 6492–6497, 2011.
- 4) Baker K., Magazine M., Polak G., Optimal block design models for course timetabling, 1969.
- 5) Belenky A.S, Doubson M.S., Larson R.C., An operations research approach to developing a decision-support system for choosing an optimal curriculum for a college student, Computers and Education, Elsevier International Journal, 2014.
- 6) Birenbaum, M., Assessment and instruction preferences and their relationship with test anxiety and learning strategies. Higher Education, 53, 749–768, 2007.
- 7) Breslaw J. A linear programming solution to the faculty assignment problem, Socio-Economic Planning Sciences; 10(6): 227-230, 1976.
- 8) Carmona C., Castillo G., Millon E.. Designing a dynamic Bayesian network for modeling students' learning styles. In Proceedings of the 8th IEEE international conference on advanced learning technologies, pp. 346–350, 2008.
- 9) Castro F., Vellido A., Nebot A., Mugica F., Applying data mining techniques to elearning problems: a survey and state of the art, Evolution of Teaching and Learning Paradigms in Intelligent Environment. Studies in Computational Intelligence 62, 2007.
- 10) A personalized e-course composition based on a genetic algorithm with forcing legality in an adaptive learning system Ting-Yi Chang n, Yan-RuKe, Journal of Network and Computer Applications (Impact Factor: 1.47). 36(1):533–542, 01/2013.
- 11) Chen, C. M., Liu, C.Y., Chang, M. H. (2006), “Personalized curriculum sequencing utilizing modified item response theory for web-based instruction”, Expert Systems with Applications, Vol. 30 No. 2, pp. 378-396.
- 12) Cheung, R., Wan, C., Cheng, C. (2010). An ontology-based framework for personalized adaptive learning. In Proceedings of the 9th international conference on web-based learning, pp. 52–61.
- 13) Chrysafiadi K., & Virvou M.. Review: student modeling approaches: a literature review for the last decade. Expert Systems with Applications, 40(11), 4715–4729, 2013.

- 14) Chu CP, Chang YC, Tsai CC. PC2PSO: personalized e-course composition based on particle swarm optimization. *Applied Intelligence*, 34(1):141–54, 2011.
- 15) Dillsa, A. K., Herná'ndez-Julia'n R. Course scheduling and academic performance (2008) *Economics of Education Review*, 27 (6), pp. 646-654.
- 16) Efosa I., Negash S., An empirical investigation of factors that influence anxiety and evaluation in the virtual learning environment. <http://sais.aisnet.org/2012/IdemudiaNegash.pdf>
- 17) Friedman, T. (2013, January 27). Revolution hits the universities. *New York Times*. Retrieved from <http://0-global.factiva.com.mercury.concordia.ca/ha/default.aspx>
- 18) Garcia A.S., Garcia-Alvarez M-T., Moreno B. Analysis of assessment opportunities of learning spaces: On-line versus face to face methodologies, *Computers in Human Behavior*, pp. 372-377, 2014.
- 19) Gunawan, A., Ng, K.M., Applying two metaheuristics for the teacher assignment problem, *International Journal of Information and Management Sciences*, 22(1), 73-86, 2011.
- 20) William W. Guo, Incorporating statistical and neural network approaches for student course satisfaction analysis and prediction, *Expert Systems with Applications: An International Journal*, v.37 n.4, p.3358-3365, April, 2010.
- 21) Hwa-Young Jeong, Cheol-Rim Choi, Young-Jae Song. Personalized Learning Course Planner with E-learning DSS using user profile, *Expert Systems with Applications*, Volume 39, Issue 3, pp. 2567–2577, 2012.
- 22) Kardan A.A., Sadeghi H., Ghidary S.S. Prediction of student course selection in online higher education institutes using neural network, *Computers & Education*, pp 1-11, 2013
- 23) Liaw S-S, Huang H-M, A study of investigating learners attitudes toward e-learning, 5th International Conference on Distance Learning and Education, 2011. <http://www.ipcsit.com/vol12/6-ICDLE2011E0014.pdf>
- 24) Little G., “Massively Open?” *The Journal of Academic Librarianship* 39, pp. 308–309, 2013.
- 25) Lu Z., Hao J-K., Adaptive Tabu Search for Course Timetabling, *France European Journal of Operational Research* 200(1): 235-244, 2010.
- 26) Mushtak A-A., De Boer J., Teaching entrepreneurship using Massive Open Online Course (MOOC), MIT, 2014.
- 27) Sawang S., Newton C., Jamieson K., Increasing learners' satisfaction/intention to adopt more e-learning, *Education+Training* 55 (1), 83-105, 2014.
- 28) Soria-Alcaraz, J. A., et al. Effective learning hyper-heuristics for the course timetabling problem, *European Journal of Operational Research*, 238 (1), pp. 77–86, 10/2014.

- 29) Sunita B. Aher, Lobo L.M.R.G., Combination of machine learning algorithms for recommendation of courses in E-Learning System based on historical data, Knowledge –Based systems, vol. 51, pp. 1-14, 10/2013.
- 30) Tillett, P. I., An operations research approach to the assignment of teachers to courses, Socio-Economic Planning Sciences, Vol.9, pp.101-104, 1975.
- 31) TOEFL. Available at <http://www.toefl.org>. GRE. Available at <http://www.gre.org>. GMAT. Available at <http://www.gmat.org>.
- 32) http://ru.wikipedia.org/wiki/Система_образования_США
- 33) http://ru.wikipedia.org/wiki/Коллаборативная_фильтрация
- 34) http://coolreferat.com/Метод_отжига
- 35) http://ru.wikipedia.org/wiki/Высшее_учебное_заведение

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Результаты вычислений модельного примера для сильного типа студента.

nTNC=200 credits, T=590 hours

yMHW2(1,1)=1
yMHW2(1,2)=1
yMHW2(1,3)=1
yMHW2(1,4)=1
yMHW2(1,5)=1
yMHW2(1,6)=0
yMHW2(2,1)=1
yMHW2(2,2)=1
yMHW2(2,3)=1
yMHW2(2,4)=1
yMHW2(2,5)=0
yMHW2(3,1)=1
yMHW2(3,2)=1
yMHW2(3,3)=1
yMHW2(3,4)=1
yMHW2(3,5)=1
yMHW2(3,6)=0
yMHW2(4,1)=1
yMHW2(4,2)=1
yMHW2(4,3)=1
yMHW2(4,4)=1
yMHW2(5,1)=1
yMHW2(5,2)=1
yMHW2(5,3)=1
yMHW2(5,4)=1
yMHW2(5,5)=1
yMHW2(5,6)=0
yMHW2(6,1)=1
yMHW2(6,2)=1
yMHW2(6,3)=1
yMHW2(6,4)=1
yMHW2(7,1)=1
yMHW2(7,2)=1
yMHW2(7,3)=1
yMHW2(7,4)=1
yMHW2(8,1)=1
yMHW2(8,2)=1
yMHW2(8,3)=1
yMHW2(8,4)=1
yMHW2(8,5)=1
yMHW2(8,6)=0
yMHW2(9,1)=1
yMHW2(9,2)=1
yMHW2(9,3)=1
yMHW2(9,4)=1
yMHW2(9,5)=1

yMHW2(10,1)=1
yMHW2(10,2)=1
yMHW2(10,3)=1
yMHW2(10,4)=1
yMHW2(10,5)=1
yMHW2(10,6)=0
yMHW2(11,1)=1
yMHW2(11,2)=1
yMHW2(11,3)=1
yMHW2(11,4)=1
yMHW2(11,5)=1
yMHW2(12,1)=1
yMHW2(12,2)=1
yMHW2(12,3)=1
yMHW2(12,4)=1
yMHW2(12,5)=1
yMHW2(13,1)=1
yMHW2(13,2)=1
yMHW2(13,3)=1
yMHW2(13,4)=1
yMHW2(14,1)=1
yMHW2(14,2)=1
yMHW2(14,3)=1
yMHW2(14,4)=1
yMHW2(15,1)=1
yMHW2(15,2)=1
yMHW2(15,3)=1
yMHW2(15,4)=1
yMHW2(15,5)=1
yMHW2(16,1)=1
yMHW2(16,2)=1
yMHW2(16,3)=1
yMHW2(16,4)=1
yMHW2(16,5)=0
yMHW2(16,6)=0
yMHW2(17,1)=1
yMHW2(17,2)=1
yMHW2(17,3)=1
yMHW2(17,4)=1
yMHW2(17,5)=1
yMHW2(17,6)=0
yMHW2(18,1)=1
yMHW2(18,2)=1
yMHW2(18,3)=1
yMHW2(18,4)=1
yMHW2(19,1)=1
yMHW2(19,2)=1
yMHW2(19,3)=1
yMHW2(19,4)=1
yMHW2(19,5)=1
yMHW2(19,6)=0
yMHW2(20,1)=1

yMHW2(20,2)=1
yMHW2(20,3)=1
yMHW2(20,4)=1
yMHW2(20,5)=1
yMHW2(21,1)=1
yMHW2(21,2)=1
yMHW2(21,3)=1
yMHW2(21,4)=1
yMHW2(21,5)=0
yMHW2(21,6)=0
yMHW2(22,1)=1
yMHW2(22,2)=1
yMHW2(22,3)=1
yMHW2(22,4)=1
yMHW2(22,5)=1
yMHW2(23,1)=1
yMHW2(23,2)=1
yMHW2(23,3)=1
yMHW2(23,4)=1
yMHW2(23,5)=1
yMHW2(24,1)=1
yMHW2(24,2)=1
yMHW2(24,3)=1
yMHW2(24,4)=1
yMHW2(24,5)=0
yMHW2(24,6)=0
yMHW2(25,1)=1
yMHW2(25,2)=1
yMHW2(25,3)=1
yMHW2(25,4)=1
yMHW2(25,5)=1
yMHW2(26,1)=1
yMHW2(26,2)=1
yMHW2(26,3)=1
yMHW2(26,4)=1
yMHW2(27,1)=1
yMHW2(27,2)=1
yMHW2(27,3)=0
yMHW2(27,4)=0
yMHW2(28,1)=1
yMHW2(28,2)=1
yMHW2(28,3)=1
yMHW2(28,4)=1
yMHW2(28,5)=0
yMHW2(28,6)=0
yMHW2(29,1)=1
yMHW2(29,2)=1
yMHW2(29,3)=1
yMHW2(29,4)=1
yMHW2(30,1)=1
yMHW2(30,2)=1
yMHW2(30,3)=1

yMHW2(30,4)=1
yMHW2(30,5)=1
yEHW2(1,1)=1
yEHW2(1,2)=1
yEHW2(1,3)=1
yEHW2(1,4)=1
yEHW2(1,5)=0
yEHW2(2,1)=1
yEHW2(2,2)=1
yEHW2(2,3)=0
yEHW2(2,4)=0
yEHW2(3,1)=1
yEHW2(3,2)=1
yEHW2(3,3)=1
yEHW2(3,4)=1
yEHW2(4,1)=1
yEHW2(4,2)=1
yEHW2(4,3)=0
yEHW2(5,1)=1
yEHW2(5,2)=1
yEHW2(5,3)=0
yEHW2(5,4)=0
yEHW2(6,1)=1
yEHW2(6,2)=1
yEHW2(6,3)=0
yEHW2(7,1)=1
yEHW2(7,2)=1
yEHW2(7,3)=1
yEHW2(7,4)=1
yEHW2(7,5)=0
yEHW2(8,1)=1
yEHW2(8,2)=1
yEHW2(8,3)=1
yEHW2(8,4)=1
yEHW2(9,1)=1
yEHW2(9,2)=1
yEHW2(9,3)=0
yEHW2(10,1)=1
yEHW2(10,2)=1
yEHW2(10,3)=1
yEHW2(10,4)=1
yEHW2(11,1)=1
yEHW2(11,2)=1
yEHW2(11,3)=0
yEHW2(11,4)=0
yEHW2(11,5)=0
yEHW2(12,1)=1
yEHW2(12,2)=1
yEHW2(12,3)=1
yEHW2(12,4)=1
yEHW2(12,5)=0
yEHW2(13,1)=1

yEHW2(13,2)=1
yEHW2(13,3)=1
yEHW2(14,1)=1
yEHW2(14,2)=1
yEHW2(14,3)=1
yEHW2(14,4)=1
yEHW2(15,1)=1
yEHW2(15,2)=1
yEHW2(15,3)=1
yEHW2(15,4)=1
yEHW2(15,5)=0
yEHW2(16,1)=1
yEHW2(16,2)=1
yEHW2(16,3)=0
yEHW2(17,1)=1
yEHW2(17,2)=1
yEHW2(17,3)=1
yEHW2(17,4)=1
yEHW2(18,1)=1
yEHW2(18,2)=1
yEHW2(18,3)=0
yEHW2(18,4)=0
yEHW2(19,1)=1
yEHW2(19,2)=1
yEHW2(19,3)=1
yEHW2(20,1)=1
yEHW2(20,2)=1
yEHW2(20,3)=1
yEHW2(20,4)=1
xE1(1)=1
xE1(2)=1
xE1(3)=1
xE1(4)=1
xE1(5)=1
xE1(6)=1
xE1(7)=1
xE1(8)=1
xE1(9)=1
xE1(10)=1
xE1(11)=1
xE1(12)=1
xE1(13)=1
xE1(14)=1
xE1(15)=1
xE1(16)=1
xE1(17)=1
xE1(18)=1
xE1(19)=1
xE1(20)=1
Vm1(1)=7.666666681
Vm1(2)=7.7
Vm1(3)=7.16666668

Vm1(4)=10
Vm1(5)=7.833333348
Vm1(6)=9.25
Vm1(7)=8.5
Vm1(8)=7.333333347
Vm1(9)=8.9
Vm1(10)=7.666666681
Vm1(11)=8.7
Vm1(12)=9.5
Vm1(13)=8.75
Vm1(14)=9.25
Vm1(15)=8.9
Vm1(16)=5.666666677
Vm1(17)=7.16666668
Vm1(18)=9.5
Vm1(19)=8.000000015
Vm1(20)=9.5
Vm1(21)=5.166666676
Vm1(22)=9.3
Vm1(23)=8.3
Vm1(24)=6.500000012
Vm1(25)=8.5
Vm1(26)=8.75
Vm1(27)=4.75
Vm1(28)=6.666666679
Vm1(29)=9
Vm1(30)=8.3
Vel(1)=7.9
Vel(2)=4.4999999999898
Vel(3)=9.25
Vel(4)=5.499999995
Vel(5)=4.25
Vel(6)=6.166666661
Vel(7)=7.3
Vel(8)=8.75
Vel(9)=6.833333327
Vel(10)=8.75
Vel(11)=4.3
Vel(12)=6.5
Vel(13)=9.166666658
Vel(14)=8.5
Vel(15)=7.5
Vel(16)=5.499999995
Vel(17)=9.5
Vel(18)=5.25
Vel(19)=8.499999992
Vel(20)=8.75

mScore=1140
eScore=582
Rating=1722

Детали вычисления.

Model size: 726 constraints, 301 variables, 2088 non-zeros.

Relaxed solution 1640.44229209 after 368 iter is B&B base.

Feasible solution 1594.56666715 after 2178 iter, 145 nodes (gap 2.8%)
Improved solution 1604.90000046 after 2392 iter, 185 nodes (gap 2.2%)
Improved solution 1608.23333379 after 3134 iter, 235 nodes (gap 2.0%)
Improved solution 1612.56666712 after 3448 iter, 291 nodes (gap 1.7%)

Optimal solution 1612.56666712 after 3533 iter, 312 nodes (gap 1.7%).
Excellent numeric accuracy $\|*\| = 2.66454e-015$

Time to load data was 0.021 seconds, presolve used 0.025 seconds,
... 0.714 seconds in simplex solver, in total 0.760 seconds.

2. Результаты вычислений модельного примера для среднего типа студента.

nTNC=180 credits, T=1280 hours

yMHW2(1,1)=1
yMHW2(1,2)=1
yMHW2(1,3)=1
yMHW2(1,4)=1
yMHW2(1,5)=1
yMHW2(1,6)=1
yMHW2(2,1)=1
yMHW2(2,2)=1
yMHW2(2,3)=1
yMHW2(2,4)=1
yMHW2(2,5)=0
yMHW2(3,1)=1
yMHW2(3,2)=1
yMHW2(3,3)=1
yMHW2(3,4)=1
yMHW2(3,5)=1
yMHW2(3,6)=0
yMHW2(4,1)=1
yMHW2(4,2)=1
yMHW2(4,3)=1
yMHW2(4,4)=1
yMHW2(5,1)=1
yMHW2(5,2)=1
yMHW2(5,3)=1
yMHW2(5,4)=1
yMHW2(5,5)=1
yMHW2(5,6)=0
yMHW2(6,1)=1
yMHW2(6,2)=1
yMHW2(6,3)=1
yMHW2(6,4)=1

yMHW2(7,1)=1
yMHW2(7,2)=1
yMHW2(7,3)=1
yMHW2(7,4)=1
yMHW2(8,1)=1
yMHW2(8,2)=1
yMHW2(8,3)=1
yMHW2(8,4)=1
yMHW2(8,5)=1
yMHW2(8,6)=0
yMHW2(9,1)=1
yMHW2(9,2)=1
yMHW2(9,3)=1
yMHW2(9,4)=1
yMHW2(9,5)=1
yMHW2(10,1)=1
yMHW2(10,2)=1
yMHW2(10,3)=1
yMHW2(10,4)=1
yMHW2(10,5)=1
yMHW2(10,6)=0
yMHW2(11,1)=1
yMHW2(11,2)=1
yMHW2(11,3)=1
yMHW2(11,4)=1
yMHW2(11,5)=1
yMHW2(12,1)=1
yMHW2(12,2)=1
yMHW2(12,3)=1
yMHW2(12,4)=1
yMHW2(12,5)=1
yMHW2(13,1)=1
yMHW2(13,2)=1
yMHW2(13,3)=1
yMHW2(13,4)=1
yMHW2(14,1)=1
yMHW2(14,2)=1
yMHW2(14,3)=1
yMHW2(14,4)=1
yMHW2(15,1)=1
yMHW2(15,2)=1
yMHW2(15,3)=1
yMHW2(15,4)=1
yMHW2(15,5)=1
yMHW2(16,1)=1
yMHW2(16,2)=1
yMHW2(16,3)=1
yMHW2(16,4)=1
yMHW2(16,5)=1
yMHW2(16,6)=0
yMHW2(17,1)=1
yMHW2(17,2)=1

yMHW2(17,3)=1
yMHW2(17,4)=1
yMHW2(17,5)=1
yMHW2(17,6)=0
yMHW2(18,1)=1
yMHW2(18,2)=1
yMHW2(18,3)=1
yMHW2(18,4)=1
yMHW2(19,1)=1
yMHW2(19,2)=1
yMHW2(19,3)=1
yMHW2(19,4)=1
yMHW2(19,5)=1
yMHW2(19,6)=0
yMHW2(20,1)=1
yMHW2(20,2)=1
yMHW2(20,3)=1
yMHW2(20,4)=1
yMHW2(20,5)=1
yMHW2(21,1)=1
yMHW2(21,2)=1
yMHW2(21,3)=1
yMHW2(21,4)=1
yMHW2(21,5)=1
yMHW2(21,6)=0
yMHW2(22,1)=1
yMHW2(22,2)=1
yMHW2(22,3)=1
yMHW2(22,4)=1
yMHW2(22,5)=1
yMHW2(23,1)=1
yMHW2(23,2)=1
yMHW2(23,3)=1
yMHW2(23,4)=1
yMHW2(23,5)=1
yMHW2(24,1)=1
yMHW2(24,2)=1
yMHW2(24,3)=1
yMHW2(24,4)=1
yMHW2(24,5)=1
yMHW2(24,6)=0
yMHW2(25,1)=1
yMHW2(25,2)=1
yMHW2(25,3)=1
yMHW2(25,4)=1
yMHW2(25,5)=1
yMHW2(26,1)=1
yMHW2(26,2)=1
yMHW2(26,3)=1
yMHW2(26,4)=1
yMHW2(27,1)=1
yMHW2(27,2)=1

yMHW2(27,3)=1
yMHW2(27,4)=1
yMHW2(28,1)=1
yMHW2(28,2)=1
yMHW2(28,3)=1
yMHW2(28,4)=1
yMHW2(28,5)=1
yMHW2(28,6)=0
yMHW2(29,1)=1
yMHW2(29,2)=1
yMHW2(29,3)=1
yMHW2(29,4)=1
yMHW2(30,1)=1
yMHW2(30,2)=1
yMHW2(30,3)=1
yMHW2(30,4)=1
yMHW2(30,5)=1
yEHW2(1,1)=1
yEHW2(1,2)=1
yEHW2(1,3)=1
yEHW2(1,4)=1
yEHW2(1,5)=0
yEHW2(2,1)=1
yEHW2(2,2)=1
yEHW2(2,3)=1
yEHW2(2,4)=1
yEHW2(3,1)=1
yEHW2(3,2)=1
yEHW2(3,3)=1
yEHW2(3,4)=1
yEHW2(4,1)=1
yEHW2(4,2)=1
yEHW2(4,3)=1
yEHW2(5,1)=1
yEHW2(5,2)=1
yEHW2(5,3)=1
yEHW2(5,4)=1
yEHW2(6,1)=1
yEHW2(6,2)=1
yEHW2(6,3)=1
yEHW2(7,1)=1
yEHW2(7,2)=1
yEHW2(7,3)=1
yEHW2(7,4)=1
yEHW2(7,5)=0
yEHW2(8,1)=1
yEHW2(8,2)=1
yEHW2(8,3)=1
yEHW2(8,4)=1
yEHW2(9,1)=1
yEHW2(9,2)=1
yEHW2(9,3)=1

yEHW2(10,1)=1
yEHW2(10,2)=1
yEHW2(10,3)=1
yEHW2(10,4)=1
yEHW2(11,1)=1
yEHW2(11,2)=1
yEHW2(11,3)=1
yEHW2(11,4)=1
yEHW2(11,5)=0
yEHW2(12,1)=1
yEHW2(12,2)=1
yEHW2(12,3)=1
yEHW2(12,4)=1
yEHW2(12,5)=1
yEHW2(13,1)=1
yEHW2(13,2)=1
yEHW2(13,3)=1
yEHW2(14,1)=1
yEHW2(14,2)=1
yEHW2(14,3)=1
yEHW2(14,4)=1
yEHW2(15,1)=1
yEHW2(15,2)=1
yEHW2(15,3)=1
yEHW2(15,4)=1
yEHW2(15,5)=0
yEHW2(16,1)=1
yEHW2(16,2)=1
yEHW2(16,3)=1
yEHW2(17,1)=1
yEHW2(17,2)=1
yEHW2(17,3)=1
yEHW2(17,4)=1
yEHW2(18,1)=1
yEHW2(18,2)=1
yEHW2(18,3)=1
yEHW2(18,4)=0
yEHW2(19,1)=1
yEHW2(19,2)=1
yEHW2(19,3)=1
yEHW2(20,1)=1
yEHW2(20,2)=1
yEHW2(20,3)=1
yEHW2(20,4)=1
xE1(1)=1
xE1(2)=1
xE1(3)=1
xE1(4)=1
xE1(5)=1
xE1(6)=1
xE1(7)=1
xE1(8)=1

xE1(9)=1
xE1(10)=1
xE1(11)=1
xE1(12)=1
xE1(13)=1
xE1(14)=1
xE1(15)=1
xE1(16)=1
xE1(17)=1
xE1(18)=1
xE1(19)=1
xE1(20)=1
Vm1(1)=5.000000009
Vm1(2)=4.1
Vm1(3)=4.333333341
Vm1(4)=5
Vm1(5)=4.333333341
Vm1(6)=5
Vm1(7)=5
Vm1(8)=4.333333341
Vm1(9)=5.3
Vm1(10)=4.166666674
Vm1(11)=4.9
Vm1(12)=5.1
Vm1(13)=5
Vm1(14)=4.75
Vm1(15)=4.7
Vm1(16)=4.333333341
Vm1(17)=4.166666674
Vm1(18)=5
Vm1(19)=4.166666674
Vm1(20)=4.9
Vm1(21)=4.166666674
Vm1(22)=4.9
Vm1(23)=4.9
Vm1(24)=4.333333341
Vm1(25)=4.9
Vm1(26)=5
Vm1(27)=5.25
Vm1(28)=4.166666674
Vm1(29)=5
Vm1(30)=4.7
Vel(1)=4.1
Vel(2)=5
Vel(3)=4.75
Vel(4)=5.499999995
Vel(5)=5
Vel(6)=4.833333329
Vel(7)=4.1
Vel(8)=5
Vel(9)=4.833333329
Vel(10)=5

Vel(11)=4.3
Vel(12)=4.9
Vel(13)=5.166666662
Vel(14)=5
Vel(15)=4.1
Vel(16)=5.166666662
Vel(17)=4.75
Vel(18)=4
Vel(19)=4.833333329
Vel(20)=5

mScore=649
eScore=385
Rating=1034

Детали вычисления.

Model size: 726 constraints, 301 variables, 2088 non-zeros.

Relaxed solution 956.527772635 after 197 iter is B&B base.

Feasible solution	932.450000263 after	57925 iter,	1746 nodes (gap 2.5%)
Improved solution	933.950000266 after	99760 iter,	4810 nodes (gap 2.4%)
Improved solution	934.783333601 after	105055 iter,	5161 nodes (gap 2.3%)
Improved solution	936.450000251 after	136836 iter,	7544 nodes (gap 2.1%)
Improved solution	937.700000251 after	160665 iter,	9462 nodes (gap 2.0%)
Improved solution	938.283333583 after	215971 iter,	14225 nodes (gap 1.9%)
Improved solution	938.616666911 after	280760 iter,	19467 nodes (gap 1.9%)
Improved solution	939.366666921 after	283344 iter,	19640 nodes (gap 1.8%)
Improved solution	939.950000253 after	371649 iter,	26462 nodes (gap 1.7%)
Improved solution	940.283333581 after	489560 iter,	34951 nodes (gap 1.7%)
Improved solution	940.533333583 after	913012 iter,	65442 nodes (gap 1.7%)
Improved solution	940.783333596 after	945852 iter,	67624 nodes (gap 1.6%)
Improved solution	940.866666911 after	961512 iter,	68711 nodes (gap 1.6%)
Improved solution	940.950000253 after	1388180 iter,	99231 nodes (gap 1.6%)
Improved solution	942.200000253 after	1398387 iter,	99906 nodes (gap 1.5%)
Improved solution	942.533333581 after	1442111 iter,	103077 nodes (gap 1.5%)

Optimal solution 942.533333581 after 1442369 iter, 103094 nodes (gap 1.5%).
Excellent numeric accuracy $\|*\| = 8.88178e-016$

Time to load data was 0.016 seconds, presolve used 0.020 seconds,
... 283.388 seconds in simplex solver, in total 283.424 seconds.